Brevet 2001

L'intégrale d'avril à novembre 2001

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus

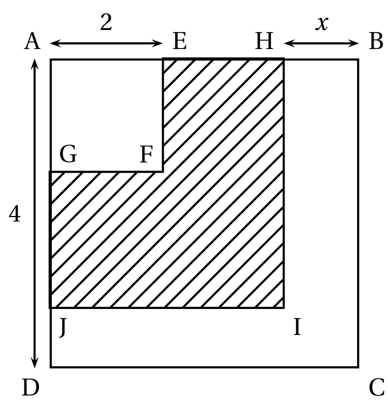
Brevet - Pondichéry avril 2001

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

Exercice 1

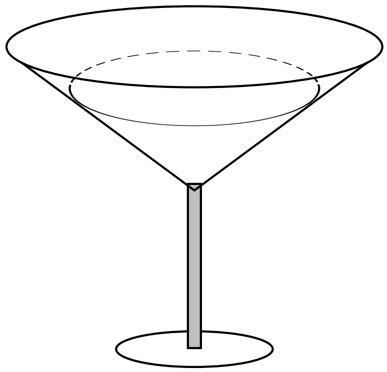
1. Calculer le PGCD de 1 756 et 1 317 (on détaillera les calculs nécessaires).
2. Un fleuriste a reçu 1 756 roses blanches et 1 317 roses rouges.
   Il désire réaliser des bouquets identiques (c'est-à-dire comprenant un même nombre de roses et la même répartition entre les roses blanches et les rouges) en utilisant toutes les fleurs.
   a. Quel sera le nombre maximal de bouquets identiques ? Justifier clairement la réponse.
   b. Quelle sera alors la composition de chaque bouquet ?

Exercice 2



1. Dans la figure ci-contre AEFG, AHIJ et ABCD sont des carrés. Calculer AH en fonction de x ; en déduire l'aire de AHIJ puis préciser, dans la liste ci-dessous, la (ou les) expression(s) algébrique(s) qui correspond(ent) à l'aire de la partie hachurée.
   $M = (4-x)^2 - 2^2$
   $N = (4-x-2)^2$
   $P = 4^2 - x^2 - 2^2$
2. Développer et réduire l'expression
   $Q = (4-x)^2 - 4$.
3. Factoriser Q.
4. Calculer Q pour $x = 2$. Que traduit ce résultat pour la figure ?

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES



Un verre est composé d'un pied surmonté d'un cône de révolution.
L'épaisseur du verre est supposée négligeable.
Le cône a pour sommet S et sa base est un disque de diamètre $[AB]$.
On donne $AB = 12$ cm et $SA = 7,5$ cm.
On note I le milieu du segment $[AB]$.

1. Calculer la hauteur SI du cône.

2. Calculer le volume maximal de liquide que peut contenir ce verre. Ce volume sera noté $\mathcal{V}$.
Donner la valeur exacte de $\mathcal{V}$ en cm^3 puis sa valeur arrondie à 1 mm^3 près.

3. On remplit ce verre d'eau de telle sorte que la surface du liquide soit dans un plan parallèle à celui qui contient le disque de base du cône et que le niveau de l'eau atteigne le point A' du segment $[SA]$ tel que $SA' = 5$ cm.

a. Exprimer le volume $\mathcal{V}'$ d'eau en fonction du volume $\mathcal{V}$; justifier la réponse.

b. En déduire la valeur arrondie de $\mathcal{V}'$ au cm^3 près.

La figure ci-contre est donnée à titre indicatif.

PROBLÈME

Une société commerciale d'accès à internet propose trois formules :

— **Formule A** : L'accès à internet est gratuit et on ne paye que les communications soit 9 F par heure.

— **Formule B** : Il s'agit d'un forfait mensuel de 180 F, c'est-à-dire que, pour 180 F par mois, on ne paye pas les communications et l'accès à internet est illimité.

— **Formule C** : Pour cette formule, un accord est passé avec la société de télécommunications et, moyennant 21,60 F par mois, les communications restent payantes mais leur prix est réduit de 20%.

1. Comme il est précisé ci-dessus, le prix d'une heure de communications téléphoniques coûte 9 F. Calculer le prix d'une heure de communications si ce tarif est réduit de 20%.

2. a. Recopier et compléter le tableau suivant :

Nombre d'heures de connexion en un mois	5 heures	15 heures	25 heures
Prix payé en francs avec la formule A			
Prix payé en francs avec la formule B			
Prix payé en francs avec la formule C			

b. Déduire du tableau ci-dessus quelle est la formule la plus avantageuse pour 5, 15, puis 25 heures de connexion.

3. Exprimer, en fonction du nombre x d'heures de connexion, le prix en francs payé en un mois :

a. pour la formule A;

b. pour la formule B;

c. pour la formule C.

4. On considère les fonctions suivantes :

— la fonction linéaire f telle que $f : x \longmapsto 9x$;

— la fonction affine g telle que $g : x \longmapsto 7,2x + 21,6$;

— la fonction affine h telle que $h : x \longmapsto 180$;

Sur une feuille de papier millimétré, tracer, dans un repère (O, I, J) les droites (D_f), (D_g) et (D_h) qui représentent respectivement les fonctions f, g et h.

On prendra 0,5 cm pour une unité en abscisses et 1 cm pour 10 unités en ordonnées et on se limitera à des valeurs de x comprises entre 0 et 25.

5. **a.** Résoudre le système :

$$\left\{\begin{array}{l} y = 9x \\ y = 7,2x + 21,6 \end{array}\right.$$

b. Donner une interprétation graphique de la solution du système précédent.

En utilisant une lecture graphique réalisé à la question 4, préciser pour quelles valeurs de x chacune des trois formules est la plus avantageuse.

Brevet - Amérique du Nord juin 2001

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

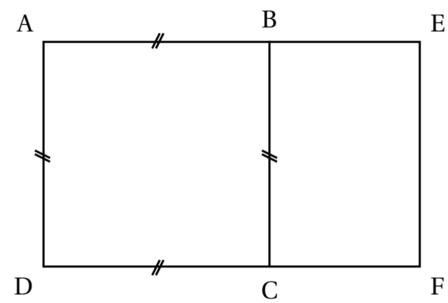
Exercice 1

Calculer A et B et donner chaque résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$\mathrm{A} = \frac{4}{3} + \frac{5}{2} \times \frac{7}{15} \qquad \mathrm{B} = \frac{5 \times 10^2 \times 0,3 \times 10^{-6}}{25 \times 10^{-5}}.$$

Exercice 2

Calculer la valeur exacte de l'aire du carré ABCD et de l'aire du rectangle AEFD ci-dessous sachant que : $\mathrm{AB} = \sqrt{3} - 1$ et $\mathrm{BE} = 2$.



Exercice 3

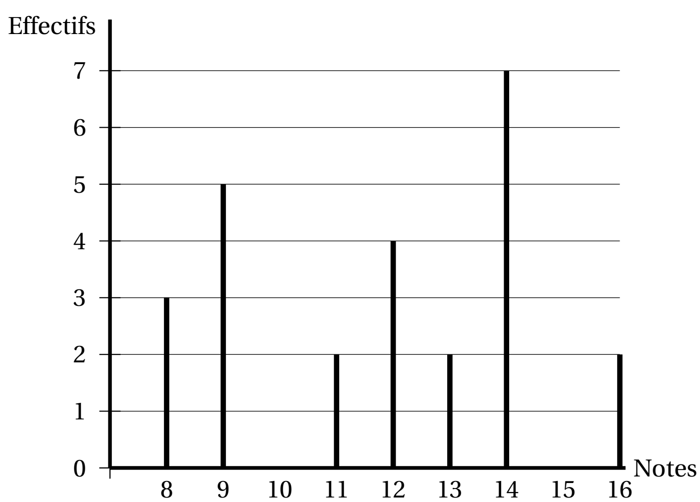
On considère l'expression :

$$A = (2x+1)^2 - (x-5)(2x+1).$$

1. Développer et réduire A.
2. Factoriser A.
3. Résoudre l'équation : $(2x+1)(x+6) = 0$.

Exercice 4

Voici le diagramme en bâtons représentant la répartition des notes obtenues à un contrôle de mathématiques par une classe de 3e

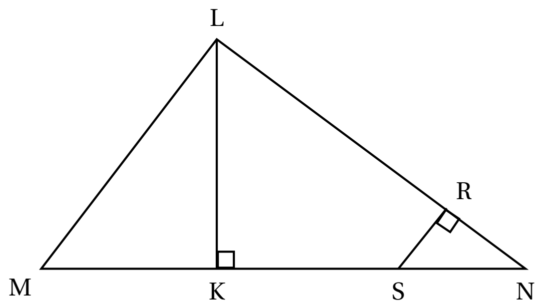


1. Calculer la moyenne de la classe à ce devoir.
2. Quelle est l'étendue de cette série de notes ?
3. Calculer le pourcentage d'élèves ayant obtenu une note supérieure à 10.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1

On considère la figure ci-dessous :



On donne MN = 8 cm ; ML = 4,8 cm et LN = 6,4 cm.
On ne demande pas de refaire la figure sur la copie.

1. Démontrer que le triangle LMN est rectangle.
2. Calculer la valeur arrondie au degré de la mesure de l'angle $\widehat{LNM}$.
3. Soit K le pied de la hauteur issue de L.
   Montrer que LK = 3,84 cm.
4. Soit S le point de [MN] tel que NS = 2 cm, la perpendiculaire à (LN) passant par S coupe [LN] en R.
   Calculer RS.

Exercice 2

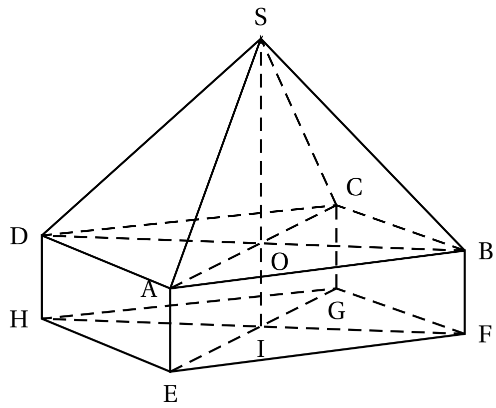
Dans un repère orthonormé (O, I, J) tel que OI = OJ = 1 cm, placer les points M(−2 ; −4) et N(2 ; −2).

1. Montrer que le triangle OMN est isocèle en M.
2. Construire le point P, image de N par la translation de vecteur $\overrightarrow{MO}$.
3. Quelle est la nature du quadrilatère OMNP ? Justifier.
4. Calculer les coordonnées de K, point d'intersection de [ON] et de [MP].

PROBLÈME **12 points**

La troisième partie peut être traitée indépendamment des deux premières parties.

Voici un solide constitué d'un parallélépipède surmonté d'une pyramide à base rectangulaire.
La hauteur totale du solide est : SI = 12 cm.
Le parallélépipède a pour longueur EF = 10 cm, pour largeur HE = 6 cm et pour hauteur BF = x.



Première partie

1. Exprimer le volume V_1 du parallélépipède en fonction de x.
2. Montrer que le volume V_2 de la pyramide est égal à $240 - 20x$.
3. Entre quelles valeurs x peut-il varier ?
4. Trouver x pour que $V_1 = V_2$; quelle est alors la valeur commune de ces volumes ?
5. Pour quelles valeurs de x le volume de la pyramide est-il inférieur à 200 cm^3 ?

Deuxième partie

Sur une feuille de papier millimétré, construire un repère orthogonal ; placer l'origine en bas à gauche et choisir comme unité 1cm sur l'axe des abscisses, 1 cm pour 20 cm^3 sur l'axe des ordonnées.

1. Tracer dans ce repère les représentations graphiques des fonctions f et g définies par :
   - $f : x \longmapsto 60x$
   - $g : x \longmapsto 240 - 20x$
2. Expliquer comment retrouver par lecture graphique les résultats de la question **4.** de la première partie.

Troisième partie

On coupe la pyramide par un plan parallèle à sa base passant par le milieu de sa hauteur [SO].

1. Calculer l'aire de la section obtenue en expliquant la démarche.
2. Dessiner cette section en vraie grandeur.

Brevet - Antilles-Guyane juin 2001

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

EXERCICE 1

1. $A = \frac{7}{6} + \frac{11}{3} \times \frac{5}{4}$.
   Calculer A et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
2. $B = \frac{3 \times 10^5 \times 2 \times 10^{-2}}{8 \times 10^4}$.
   Donner l'écriture décimale, puis l'écriture scientifique de B.

EXERCICE 2

$$C = (3x-1)^2 - 4x(3x-1).$$

1. Développer et réduire C.
2. Calculer C pour $x = 0$; pour $x = \sqrt{2}$.
3. Factoriser C.
4. Résoudre l'équation $(3x-1)(x+1) = 0$.

EXERCICE 3

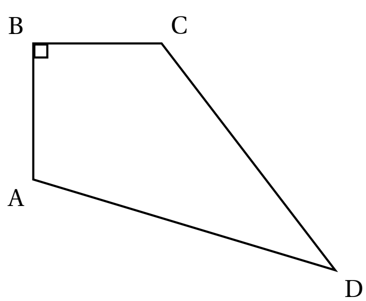
Une marchande vend des mangues et des ignames :

— Madame FRUIT achète 6 kg de mangues et 2 kg d'ignames pour 14 €.
— Madame LEGUME achète 3 kg de mangues et 8 kg d'ignames pour 24,50 €.

1. Écrire un système d'équations traduisant les données.
2. Résoudre le système pour trouver le prix de 1 kg de mangues et celui de 1 kg d'ignames.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

EXERCICE 1

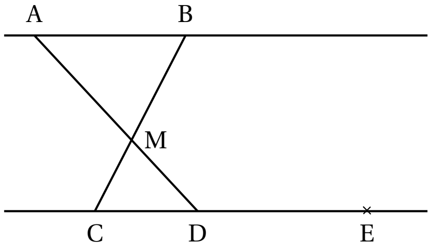


Sur la figure suivante (les unités ne sont pas respectées), on a :

$\widehat{ABC}$ est un angle droit ; AD = 10 cm ; CD = 8 cm ; AB = 3,6 cm ; et BC = 4,8 cm.

1. Réaliser une figure en grandeur réelle.
2. Calcule la tangente de l'angle $\widehat{BAC}$. En déduire une valeur arrondie au degré de $\widehat{BAC}$.
3. Calculer la longueur AC et montrer que le triangle ACD est rectangle.
4. Montrer que le triangle ABC est une réduction du triangle ACD dont on précisera le coefficient de réduction.

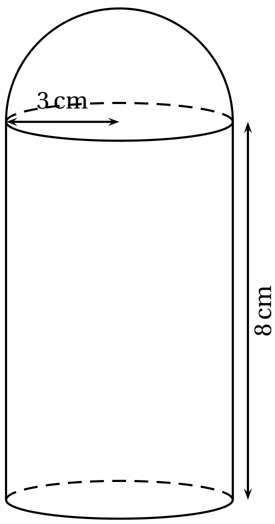
EXERCICE 2



Sur la figure, la droite (AB) est parallèle à la droite (CD) et les longueurs en cm sont
MA = 5, MB = 3,75, MC = 3, CD = 6,
DE = 7,5.

1. Calculer les longueurs MD et AB.
2. Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DE}$ sont égaux. En déduire que les droites (AD) et (BE) sont parallèles.

EXERCICE 3



Une boîte est formée d'un cylindre de hauteur 8 cm, surmontée d'une demi-sphère de rayon 3 cm.

1. Calculer le volume $\mathcal{V}$ de la boîte en cm^3 (on donnera une valeur approchée au mm^3).
2. Cette boîte est agrandie avec un coefficient $k = 2$. Calculer le volume $\mathcal{V}'$ de la boîte agrandie. (Pour les calculs, on prendra
   $\pi \approx 3,14$.)

PROBLÈME

Le plan est muni d'un repère orthonormal (O, I, J). L'unité de longueur est le centimètre. On utilisera une feuille de papier millimétré pour la figure.

1. Représenter les points M(1 ; −2) ; N(2 ; 1) et P(5 ; 0).
2. Montrer que, en cm, MN = $\sqrt{10}$, NP = $\sqrt{10}$ et MP = $2\sqrt{5}$.
3. En déduire que le triangle MNP est rectangle et isocèle en N.
4. **a.** Soit K le centre du cercle (Γ) circonscrit au triangle MNP. Calculer les coordonnées de K et construire K.

   b. Montrer que le rayon r du cercle (Γ) est égal à $\sqrt{5}$ cm.
5. Construire l'image du triangle MNP dans la rotation de centre N, d'angle 90° qui va dans le sens inverse des aiguilles d'une montre. On notera A, B, C les images respectives des points M, N et P.
6. **a.** Construire le cercle (Γ).
   Construire le point D(2 ; −3) et montrer que le point D appartient au cercle (Γ).

   b. Montrer que $\widehat{NDP} = \widehat{NMP} = 45°$.

Brevet - Asie juin 2001

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

Exercice 1

Soit $E = (x+2)^2 + (2x-3)(x+2)$.

1. Développer et réduire E.
2. Factoriser E.
3. Calculer la valeur de E lorsque $x = -1$.
4. Déterminer les solutions de l'équation $(x+2)(3x-1) = 0$.

Exercice 2

1. Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction la plus simple possible :

$$A = \frac{222}{667} + \frac{2}{3}.$$

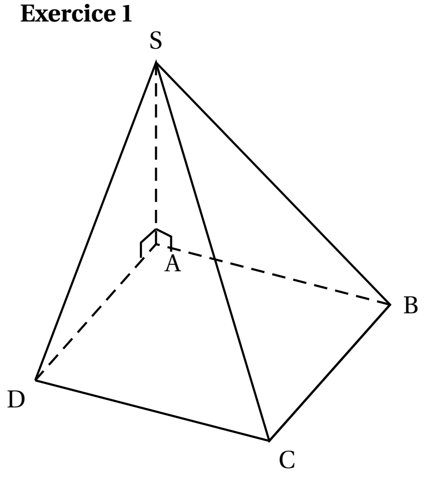
2. Donner l'écriture scientifique de $B = (-2)^4 \times 5^3$, puis celle de $C = B + 1$.
3. Soit $D = 1 - \left(\sqrt{2\,001} + \sqrt{2\,000}\right) \times \left(\sqrt{2\,001} - \sqrt{2\,000}\right)$.
   Vérifier que D est égal à 0.

Exercice 3

1. 2 000 et 2 001 sont-ils, chacun, divisible par 2, par 3 ou par 5 ? Justifier.
2. 2 000 et 2 001 sont-ils premiers entre eux ? Justifier.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

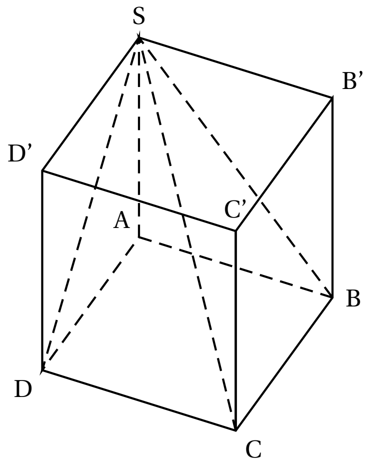
Exercice 1



La pyramide non régulière, représentée ci-contre, a pour base un carré et sa hauteur SA est égale à AB.
Si l'on dispose correctement trois pyramides identiques à celle-ci, on peut reconstituer un cube dont l'arête est la hauteur de la pyramide.

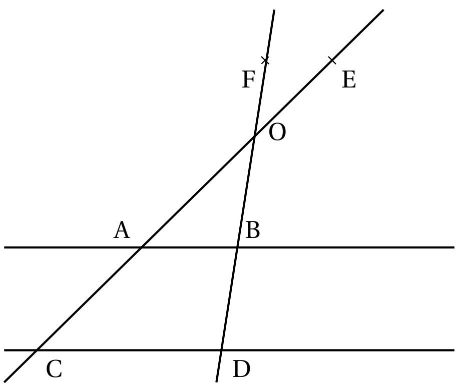
Exercice 2

Un menuisier dispose d'une pièce de bois de forme cubique, d'arête 8 cm et dessine une vue en perspective du travail qu'il veut réaliser pour obtenir une des trois pyramides, ici la pyramide $SABCD$.



1. Calculer les longueurs AC, puis SC.
2. Démontrer que le triangle SBC est rectangle en B.
3. Dessiner en vraie grandeur les faces SAB et SBC de la pyramide. (On pourra les juxtaposer.)
4. Calculer le volume de la pyramide SABCD.

Exercice 3



Pour tout l'exercice, l'unité de longueur est le centimètre.
Les points E, O, A, C d'une part et F, O, B, D d'autre part sont alignés dans cet ordre.
De plus, les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
On donne OA = 2,4 ; OC = 6 ; OD = 5 ; AB = 1,5 ; OE = 1,8 ; OF = 1,5.

1. Calculer OB et CD.
2. Démontrer que les droites (EF) et (CD) sont parallèles.

PROBLÈME

Soit $(O\,;\ I,\ J)$ un repère orthonormal du plan. (Unité le cm.)

Partie A

1. Placer les points $A(-1\,;\ 2)$; $B(3\,;\ 4)$; $C(2\,;\ -4)$.
2. Calculer les distances AB, AC et BC.
3. Démontrer que le triangle ABC est rectangle.
4. Calculer les coordonnées du milieu M de $[AB]$.
5. Construire le point N, image de M dans la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$.
6. Calculer les coordonnées de N.
7. Démontrer que (MN) coupe $[AC]$ en son milieu.

Partie B

On donne la fonction affine f définie par $x \longmapsto 0,5x + 2,5$ et la fonction g définie $x \longmapsto -2x$.

1. Comment s'appelle une fonction telle que g ?
2. Calculer les coordonnées de points nécessaires pour tracer les représentations graphiques de f et g.
3. Tracer ces représentations graphiques dans le même repère que pour la partie **A**. On note (d_1) la représentation graphique de f et (d_2) la représentation graphique de g.
4. Résoudre le système $\left\{\begin{array}{rcl} -0,5x + y & = & 2,5 \\ 2x + y & = & 0 \end{array}\right.$.
   Quelle observation faite sur le graphique confirme-t-on ainsi ?

∽ Brevet - Asie du Sud-Est Océan juin 2001 Indien ∾

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

On considère la fraction $\dfrac{5\,148}{1\,386}$.

1. Déterminer, par la méthode de votre choix, le PGCD des nombres 5 148 et 1 386.
2. Utiliser le résultat de la question précédente pour rendre irréductible la fraction $\dfrac{5\,148}{1\,386}$.

Exercice 2

On considère l'expression T suivante :

$$T = (2x - 1)^2 - (2x - 1)(x + 5).$$

1. En développant et en réduisant, prouver que l'expression T peut s'écrire :
$T = 2x^2 - 13x + 6$.
2. En utilisant l'expression obtenue à la question 1., calculer T pour $x = \dfrac{1}{3}$ et pour $x = \sqrt{2} + 1$.
On donnera les résultats sous la forme la plus simple possible.
3. Factoriser l'expression T, puis déterminer les valeurs de x pour lesquelles l'expression T est égale à 0.

Exercice 2

1. Résoudre le système d'inconnue $(x\,;\,y)$ suivant :

$$\left\{\begin{array}{rcl} 3x + 2y & = & 432 \\ 2x + 3y & = & 398 \end{array}\right.$$

2. Un torréfacteur met en vente deux sortes de mélange de café. Le mélange A est composé de 60 % d'Arabica et de 40 % de Robusta et coûte 86,40 F le kilogramme. Le mélange B est composé de 40 % d'Arabica et de 60 % de Robusta et coûte 79,60 F le kilogramme. On appellera x le prix du kilogramme d'Arabica, y le prix du kilogramme de Robusta.
Quel est le prix du kilogramme d'Arabica et du kilogramme de Robusta ?

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1

Construire un cercle de centre O et de diamètre [AB], avec AB = 6 cm.
Placer sur ce cercle un point C tel que : BC = 3,6 cm.

1. Quelle est la nature du triangle ACB ? Justifier.
Démontrer que la longueur AC est égale à 4,8 cm.
2. Déterminer par le calcul la mesure de l'angle $\widehat{\text{CAB}}$. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{\text{COB}}$. (On arrondira les deux mesures à l'unité.)
3. Soit E le milieu du segment [OB]. Tracer la parallèle à (BC) passant par E ; elle coupe le segment [AC] en F. Calculer les longueurs exactes des segments [AF] et [FE].

Exercice 2

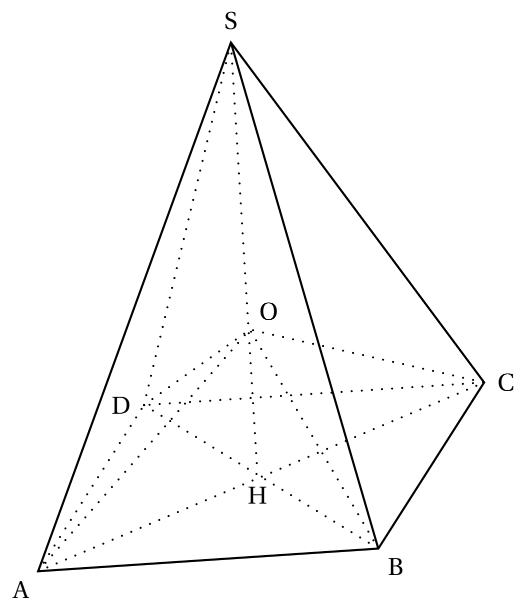
Soit (O, I, J) un repère orthonormé du plan. L'unité est le centimètre.
On considère les points suivants : A$(2 ; 3)$, B$(6 ; 1)$ et C$(-1 ; -3)$.

1. Faire une figure et placer les points.
2. Calculer les coordonnées du milieu M du segment [BC].
3. **a.** Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{\text{AC}}$.

   b. Construire le point D, image du point B par la translation de vecteur $\overrightarrow{\text{AC}}$. Calculer les coordonnées de D.
4. Calculer les valeurs exactes des longueurs AD et BC.
   Quelle est la nature du quadrilatère ABDC ? Justifier.

PROBLÈME **12 points**

On considère une pyramide régulière SABCD, à ba se carrée.
On note [SH] sa hauteur et on donne : AB = 6 cm et SH = 8 cm.



Première partie

1. Montrer que AH $= 3\sqrt{2}$ et calculer AS.
2. Calculer le volume de la pyramide SABCD.
3. Soit O le point de [SH] tel que : SO = 6 cm. On crée ainsi une deuxième pyramide régulière OABCD, à base carrée.
   Calculer le volume de la partie comprise entre les deux pyramides SABCD et OABCD.

Deuxième partie

Dans cette partie, la longueur OH sera notée x.

1. **a.** Entre quelles valeurs peut-on faire varier x ?

   b. Exprimer, en fonction de x, le volume de la pyramide OABCD.

c. Exprimer, en fonction de x, le volume V de la partie comprise entre les deux pyramides SABCD et OABCD.

2. On considère la fonction affine suivante :

$$f\,:\,x \longmapsto 96 - 12x$$

a. Calculer $f(0), f(8)$ et $f(1,5)$.

b. Quel est le nombre qui a 66 pour image par f ?

c. Tracer la représentation graphique (d) de la fonction affine f (On choisira pour unité 1 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 10 cm^3 sur l'axe des ordonnées.)

d. Par lecture graphique, donner la valeur de x telle que le volume V soit égal à la moitié du volume de la pyramide SABCD. Expliquer.

Retrouver ce résultat par le calcul.

∽ Brevet - La Réunion juin 2001 ∾

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

Exercice 1

On a effectué une enquête dans un groupe de 760 élèves :

1. Recopier et compléter le tableau suivant en justifiant par un calcul chaque résultat.

Age	**Nombre d'élèves**	**Pourcentage**
14 ans	95	
15 ans		25%
16 ans	475	
Totaux	760	

2. Calculer la moyenne d'âge pour ce groupe de 760 élèves.

Exercice 2

On considère $A = \frac{9}{5} - \frac{7}{5} \times \frac{2}{11}$ et $B = 7\sqrt{12} + \sqrt{3} + 15\sqrt{27}$.

1. Calculer A et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
2. Ecrire B sous la forme $a\sqrt{3}$, où a est un nombre entier.

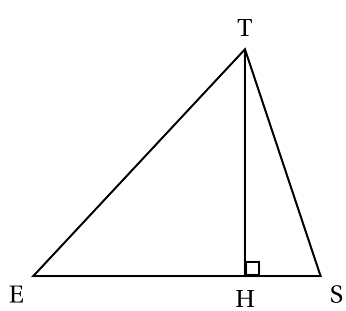
Exercice 3

Soit $C = (2x-3)^2 + (x+5)(2x-3)$.

1. Développer et réduire C.
2. Factoriser C.
3. Calculer C pour $x = -\frac{2}{3}$.
4. Résoudre l'équation $(3x+2)(2x-3) = 0$.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

Exercice 1

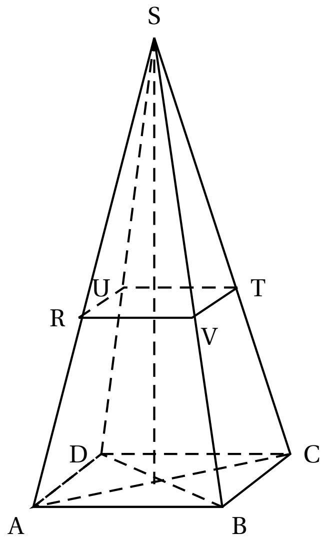


Le triangle ci-contre représente un triangle EST, isocèle en E. [TH] est la hauteur issue de T.
Il n'est pas demandé de reproduire la figure.
On sait que :

— ES = ET = 12 cm (les dimensions ne sont pas respectées sur la figure) ;
— l'aire du triangle EST est de 42 cm^2.

1. Prouver que TH = 7 cm.
2. Calcule l'angle $\widehat{\text{TES}}$ (on donnera sa valeur arrondie au degré près).
3. En déduire une valeur approchée de l'angle $\widehat{\text{EST}}$.

Exercice 2



SABCD est une pyramide régulière à base carrée telle que AB=4,5 cm et de hauteur SH = 4,8 cm.
(Les dimensions ne sont pas respectées sur la figure.) *On rappelle que le volume d'une pyramide est donnée par la formule :*

$$\mathcal{V} = \frac{\textit{aire de la base} \times \textit{hauteur}}{3}$$

1. **a.** Calculer l'aire du carré ABCD.
   b. Prouver que le volume de la pyramide SABCD est de 32,4 cm^3.
2. Le quadrilatère RVTU est la section de cette pyramide par un plan parallèle à la base.
   a. Quelle est la nature de cette section ? Justifier la réponse.
   b. On rappelle que la pyramide SRVTU est une réduction de la pyramide SABCD ; on sait, de plus, que SV = $\frac{2}{3}$SB.
   Calculer le volume de SRVTU.
   c. Représenter la section RVTU en vraie grandeur.

PROBLÈME

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). *L'unité choisie est le centimètre. Faire une figure et la compléter au fur et à mesure.*

1. Placer les points $A(4\ ;\ 5)$, $B(0\ ;\ -3)$ et $C(-6\ ;\ 0)$.
2. **a.** Montrer que $AB = \sqrt{80}$ cm, $AC = \sqrt{125}$ cm et $BC = \sqrt{45}$ cm.
   b. En déduire que ABC est un triangle rectangle. Préciser l'angle droit.
3. **a.** Construis le point D tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.
   b. Démontrer que $ABCD$ est un rectangle.
   c. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$.
   d. Vérifier à l'aide d'un calcul que les coordonnes du point D sont $(-2\ ;\ 8)$.
4. **a.** Calculer les coordonnées du point K milieu du segment $[AC]$.
   b. Que représente le point K pour le quadrilatère $ABCD$?
5. **a.** Quels sont le centre et le rayon du cercle $(\mathscr{C})$ circonscrit au triangle ABC ? Justifier.
   b. Montrer que le point D est sur le cercle $(\mathscr{C})$.
6. Soit F l'image du point A dans la translation de vecteur $\overrightarrow{CB}$.
   Montrer que la droite (CF) coupe le segment $[AB]$ en son milieu.

Brevet - Afrique juin 2001

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

Exercice 1

On donne les nombres :

$$A = \frac{2}{5} + \frac{3}{5} : \left(1 - \frac{1}{10}\right) \quad \text{et} \quad B = \sqrt{17} + \sqrt{48}.$$

1. En indiquant les calculs effectués, calculer A et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
2. Écrire B sous la forme $a\sqrt{b}$, avec b entier positif le plus petit positif possible.

Exercice 2

Voici la série, ordonnée dans l'ordre croissant, des 15 notes obtenues en mathématiques par un élève au cours du premier semestre :

$$4 - 6 - 6 - 9 - 11 - 11 - 12 - 13 - 13 - 13 - 14 - 15 - 17 - 18 - 18$$

1. Quelle est la fréquence de la note 13 ?
2. Quelle est la note moyenne ?
3. Quelle est la note médiane ?
4. Quelle est l'étendue de cette série de notes ?

Exercice 3

On considère l'inéquation :

$$4x + 7 > 2 - 3x.$$

1. **a.** Le nombre 0 est-il solution de cette inéquation ? Justifier la réponse.
   b. Le nombre (-1) est-il solution de cette inéquation ? Justifier la réponse.
2. Résoudre l'inéquation $4x + 7 > 2 - 3x$ et représenter ses solutions sur une droite graduée.

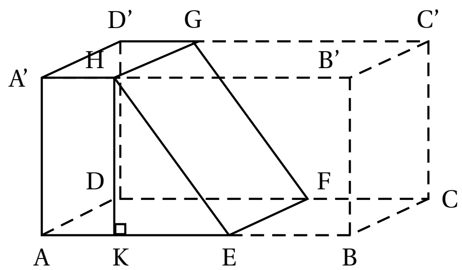
Exercice 4

On donne : $C = (3x - 2)^2 - 25$.

1. Développer et réduire C.
2. Factoriser C.
3. Résoudre l'équation : $(3x - 7)(x + 1) = 0$.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

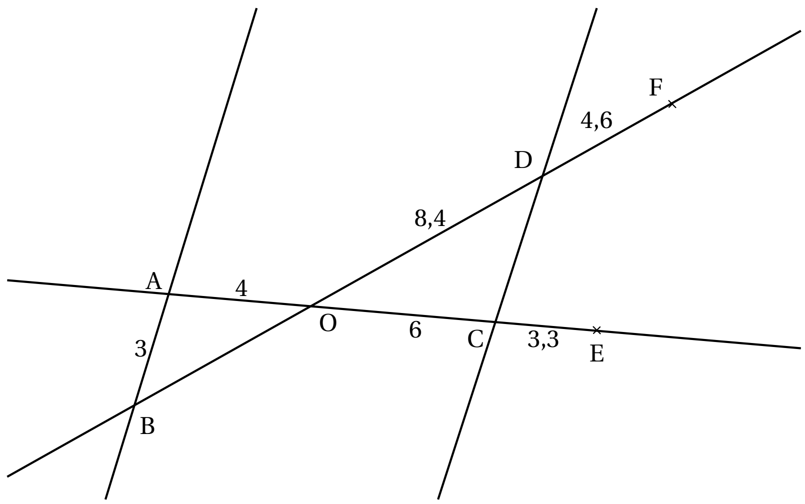
Exercice 1



Le parallélépipède rectangle de la figure ci-contre a été coupé par un plan parallèle à l’arête $[BC]$.
On donne EF = 25 cm, HK = 20 cm et KE = 15 cm.

1. Quelle est la nature de la section plane EFGH ?
2. Calculer HE.
3. Que peut-on déduire des questions précédentes pour le quadrilatère EFGH ? Justifier la réponse.

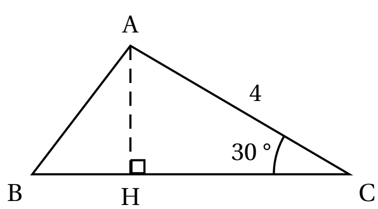
Exercice 2



Sur la figure ci-dessus, on donne OA = 4 cm, OC = 6 cm, OD = 8,4 cm, AB = 3 cm, DF = 4,6 cm et CE = 3,3 cm.
Les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

1. **a.** Calculer OB.
   b. Calculer CD.
2. Les droites (CD) et (EF) sont-elles parallèles ?

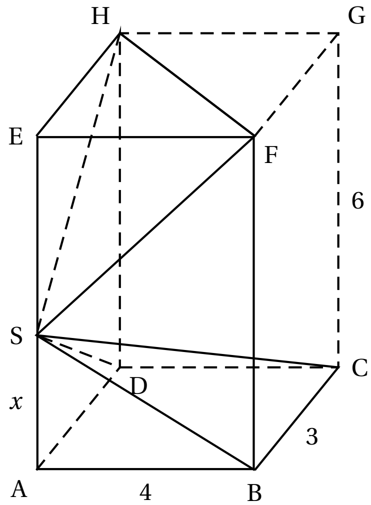
Exercice 3



Dans le triangle ABC de hauteur $[AH]$ représenté ci-contre, on donne :
$AC = 4$ cm, $BH = 1,5$ cm et $\widehat{ACB} = 30°$.

1. Calculer la valeur exacte de AH.
2. En déduire la valeur arrondie à un degré près de la mesure de l’angle $\widehat{ABC}$.

PROBLÈME



Les deux parties peuvent être traitées séparément.

ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle tel que AB = 4 cm, BC = 3 cm et AE = 6 cm.

Un point quelconque S de l'arête [AE] permet de définir :

— une pyramide SABCD de hauteur [SA], de base le rectangle ABCD ;

— une pyramide SEFH de hauteur [SE], de base le triangle rectangle EFH.

On rappelle que le volume d'une pyramide est donné par la formule :

$V = \frac{1}{3} \times$ *aire de la base* $\times$ *hauteur*.

Partie I

Dans cette partie, on pose SA = x cm ($0 \leqslant x \leqslant 6$).

1. **a.** Calculer l'aire du rectangle ABCD.

   b. Exprimer en fonction de x le volume V_1 de la pyramide SABCD.
2. **a.** Calculer l'aire du triangle EFH.

   b. Exprimer la longueur SE en fonction de x.

   c. Montrer que le volume V_2 de la pyramide SEFH est $(-2x + 12)$ cm^3.
3. Déterminer la valeur de x pour laquelle $V_1 = V_2$. Quelle est alors la valeur commune des volumes des pyramides SABCD et SEFH ?
4. Soit un repère orthogonal où 1 cm sur l'axe des abscisses représente 1 cm et 1 cm sur l'axe des ordonnées représente 2 cm^3.

   a. Représenter graphiquement dans ce repère, et pour $0 \leqslant x \leqslant 6$, les fonctions définies par : $V_1(x) = 4x$ et $V_2(x) = -2x + 12$.

   b. Mettre en évidence sur le graphique le résultat de la question 3.

Partie II

Dans cette partie, $x = 6$ cm, donc le point S est confondu avec le point E.

On considère à présent la pyramide EABCD de hauteur [EA], de base le rectangle ABCD.

1. Cette pyramide est coupée par un plan parallèle à son plan de base. La section plane obtenue est A'B'C'D'.

   On rappelle que la pyramide EA'B'C'D' *est une réduction de la pyramide EABCD.*

   On donne EA'= 2,4 cm.

   a. Montrer que le coefficient de la réduction est égal à $\frac{2}{5}$.

   b. En déduire le volume V' de la pyramide réduite EA'B'C'D'.

   c. Calculer alors le volume V'' du tronc de pyramide restant.
2. **a.** Quelle fraction du volume total V le volume V'' du tronc de pyramide représente-t-il ?

   b. Exprimer cette fraction en pourcentage.

∽ Brevet - Espagne juin 2001 ∾

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

Exercice 1

1. Calculer le PGCD de 9 240 et 3 822.
2. Simplifier la fraction $\dfrac{3\,822}{9\,240}$ pour la rendre irréductible : vous noterez sur votre copie le détail des calculs.

Exercice 2

On considère $A = (5x-1)^2 - (5x-1)(x+3)$.

1. Développer et réduire A.
2. Factoriser A.
3. Calculer A pour $x = 2$.
4. Pour quelle(s) valeur(s) de x a-t-on $A = 0$?

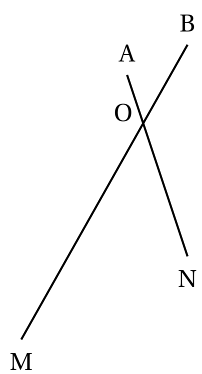
ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

Exercice 1

Le plan est muni d'un repère orthonormal (O, I, J). L'unité de longueur est le centimètre.

1. Placer les points A(5 ; −2) et B(−1 ; 4).
2. Calculer les coordonnées du milieu M de [AB].
3. Montrer, au moyen d'un calcul, que AB = $\sqrt{72}$.
4. Construire le cercle ($\mathscr{C}$) de diamètre [AB].
5. Placer un point E sur le cercle ($\mathscr{C}$) tel que : AE = 3 cm.
6. Montrer que ABE est un triangle rectangle.
7. Calculer les angles $\widehat{\text{EAB}}$ et $\widehat{\text{EBA}}$, donner une valeur approchée au dixième près.

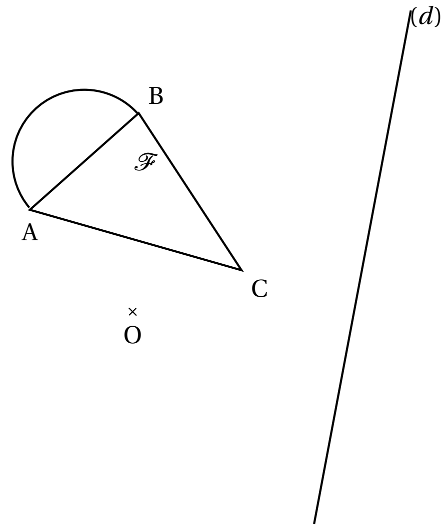
Exercice 2



[AN] et [BM] sont deux segments qui se coupent en un point O comme sur la figure ci-contre et qui vérifient :
AN = 6 cm ; OA = 1,5 cm ;
BO = 2,5 cm ; BM = 10 cm.
Montrer que les droites (AB) et (MN) sont parallèles : vous justifierez votre réponse en citant avec précision le théorème que vous utilisez.

Exercice 3

Reproduire la figure ci-dessous et la compléter.
La figure $\mathscr{F}$ est composée d'un triangle ABC et d'un demi-cercle de diamètre [AB].



1. Construire $\mathscr{F}_1$ image de $\mathscr{F}$ par la symétrie centrale de centre O.

2. Construire $\mathscr{F}_2$ image de $\mathscr{F}$ par la symétrie orthogonale d'axe (d).

3. Construire $\mathscr{F}_3$ image de $\mathscr{F}$ par la translation qui transforme A en B.

Problème

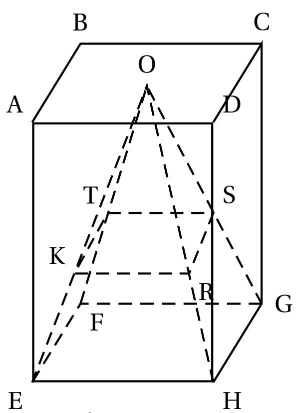


Figure 1

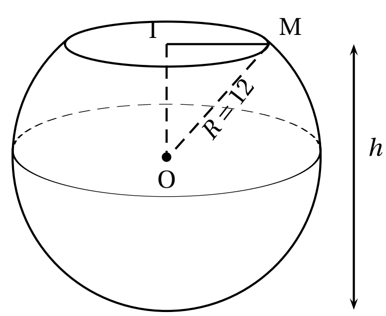


Figure 2

La figure 1 représente une boîte en forme de parallélépipède rectangle $ABCDEFGH$ de mesures AB = 28 cm, BC = 14 cm et AE = 20 cm.
Les diagonales de la face $ABCD$ se coupent en un point O, les diagonales de la face $EFGH$ se coupent en O$'$.
À l'intérieur de cette boîte est posée une pyramide de sommet O et de base EFGH. Notons K le point de $[OE]$ tel que OK = 17 cm.
On coupe cette pyramide par un plan parallèle à la face EFGH et passant par le point K; on désigne par KRST le rectangle section de la pyramide par ce plan, où R (respectivement S et T) est le point d'intersection de ce plan avec l'arête [OH] de la pyramide (respectivement [OG] et [OF]).
La droite (KR) (respectivement les droites (RS), (ST), (TK)) est parallèle à la droite (EH), (respectivement aux droites (HG), (GF), (FE)). Le triangle OO$'$E est rectangle en O$'$.

1. Calculer la valeur exacte de O$'$E. Donner une valeur approchée de O$'E$ au dixième près.

2. Calculer la valeur exacte de OE. Donner une valeur approchée de O$'$E au dixième près.

3. Calculer KR et KT. On donnera les résultats arrondis au dixième près.
4. On remplit de sable la partie de la boîte non occupée par la pyramide.
   Calculer le volume de sable utilisé. Donner le résultat du calcul arrondi à l'unité près. On rappelle que le volume d'une pyramide est égal au tiers de la surface de la base par la hauteur.
5. On veut reverser ce sable dans un aquarium représenté figure 2, qui a la forme d'une calotte sphérique de centre O, de rayon R = 12 cm, de hauteur h égale à 21 cm, dont l'ouverture est un cercle de centre I et de rayon IM.

   a. Calculer la valeur exacte du rayon IM.

   b. Calculer le volume de l'aquarium, sachant que le volume d'une calotte sphérique est donné par la formule : $V = \dfrac{\pi h^2}{3}(3R - h)$ où R est le rayon de la sphère et h la hauteur de la calotte sphérique.
   On donnera le résultat de V arrondi à l'unité près.
   L'aquarium est-il assez grand pour contenir tout le sable qu'on a utilisé à la question 5. ?

Brevet - Groupement 1 [1] juin 2001

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

Exercice 1

$$\mathrm{A} = \frac{12}{5} - \frac{3}{5} \times \frac{7}{9} \qquad \mathrm{B} = \left(\frac{2}{3} - 3\right) \div \frac{1}{9}$$

1. Calculer A et écrire la réponse sous forme de fraction irréductible.
2. Calculer B et écrire la réponse sous forme d'un entier relatif.

Exercice 2

$$\mathrm{C} = \sqrt{18} \times \sqrt{9} \qquad \mathrm{D} = 5\sqrt{12} + 6\sqrt{3} - \sqrt{300}$$

Écrire C et D sous forme $a\sqrt{3}$, où a est un entier.

Exercice 3

$$E = 4x^2 - 9 + (2x+3)(x-1).$$

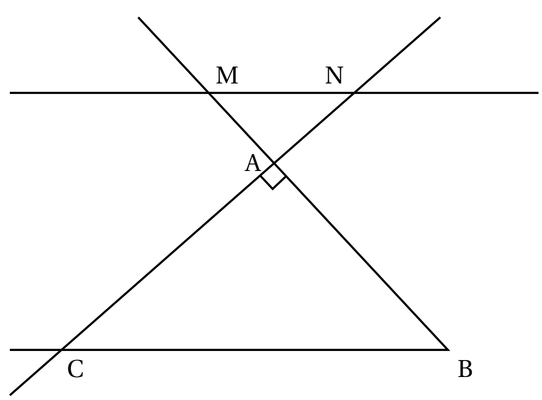
1. Factoriser $4x^2 - 9$. Utiliser alors ce résultat pour factoriser E.
2. Développer et réduire E.
3. Résoudre l'équation $(2x+3)(3x-4) = 0$.

Exercice 4

Un premier bouquet de fleurs est composé de 3 iris et 4 roses jaunes : il coûte 9 €.
Un second bouquet est composé de 5 iris et de 6 roses jaunes : il coûte 14 €. On appelle x le prix en euros d'un iris et y le prix en euros d'une rose jaune.
Écrire un système d'équations traduisant les données de ce problème et calculer le prix d'un iris et celui d'une rose jaune.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

Exercice 1



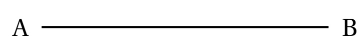
ABC est un triangle rectangle en A tel que AB = 5 cm et BC = 7,5 cm.

1. Amiens, Lille, Paris, Créteil, Versailles, Rouen

1. Calculer l'angle $\widehat{ACB}$ au degré près.
2. Le point M est sur la droite (AB), à l'extérieur du segment [AB] tel que AM=2 cm.
   La parallèle à la droite (BC) passant par M coupe la droite (AC) en N.
   Calculer la longueur MN.

Exercice 2

Les constructions des questions 1 et 2 sont à faire sur la figure ci-dessous.



1. Sur la figure, on a tracé le segment [AB] tel que AB = 7 cm. Placer un point C tel que $\widehat{BAC} = 70$ ° et $\widehat{ABC} = 60$ °.
2. Construire le cercle circonscrit au triangle ABC, et appeler O son centre. On laissera les traits de construction.
3. Donner la mesure de l'angle $\widehat{AOC}$ en justifiant la réponse.

PROBLÈME

1. **a.** Ci-après, on a tracé le segment [BC] tel que BC = 15 cm.
   Placer un point A tel que AB = 9 cm et AC = 12 cm.

   b. Démontrer que le triangle ABC est rectangle.
2. **a.** Placer le milieu M du segment [BC]. Tracer le cercle de diamètre [AB]. Ce cercle recoupe le segment [BC] en D et le segment [AM] en E.

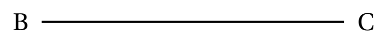
   b. Démontrer que les triangles ABE et ABD sont rectangles.
3. **a.** Construire le point F, symétrique du point E par rapport au point M.

   b. Démontrer que le quadrilatère BECF est un parallélogramme.

   c. En déduire que les droites (BE) et (CF) sont parallèles, et que les droites (AF) et (CF) sont perpendiculaires.
4. Soit H le point d'intersection des droites (AD) et (BE). Soit K le point d'intersection des droites (AD) et (CF).

   a. Que représentent les droites (AD) et (BE) pour le triangle ABM ?
   En déduire que les droites (HM) et (AB) sont perpendiculaires.
   Démontrer de même que les droites (KM) et (AC) sont perpendiculaires.

   b. On appelle I le point d'intersection des droites (AB) et (MH). On appelle J le point d'intersection des droites (AC) et (KM).
   Démontrer que le quadrilatère AIMJ est un rectangle.
   En déduire que le triangle HMK est rectangle.



Les dimensions ne sont pas respectées

∽ Brevet - Groupement 2 [2] juin 2001 ∾

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

Exercice 1

1. Écrire sous la forme la plus simple possible :

$$\mathrm{A} = \frac{7}{3} - \frac{4}{3} \times \frac{2}{5}.$$

2. Donner l'écriture décimale de :

$$\mathrm{B} = -4^2 + 10^3 \times 10^{-1} + (-3)^2.$$

3. Écrire sous la forme $a\sqrt{3}$ où a est un nombre entier :

$$\mathrm{C} = 2\sqrt{27} - 4\sqrt{3} + \sqrt{12}.$$

Exercice 2

Soit $A = (7x - 3)^2 - 9$.

1. Développer et réduire A.
2. Factoriser A.
3. Résoudre l'équation $7x(7x - 6) = 0$.

Exercice 3

1. Déterminer le PGCD des nombres 108 et 135.
2. Marc a 108 billes rouges et 135 billes noires.
   Il veut faire des paquets de sorte que :
   — tous les paquets contiennent le même nombre de billes rouges,
   — tous les paquets contiennent le même nombre de billes noires,
   — toutes les billes rouges et toutes les billes noires soient utilisées.

   a. Quel nombre maximal de paquets pourra-t-il réaliser ?

   b. Combien y aura-t-il alors de billes rouges et de billes noires dans chaque paquet ?

Exercice 4

Le granit est une roche cristalline formée d'un mélange hétérogène de quatre éléments : quartz, feldspath, biotite et minéraux secondaires.

1. Un bloc de granit est composé de :
   — 28 % de quartz,
   — 53 % de feldspath,
   — 11 % de biotite,
   — 19,2 dm^3 de minéraux secondaires.
   Calculer le volume de ce bloc.
2. Un mètre cube de ce granit a une masse de 2,6 tonnes.
   Calculer la masse du bloc de granit considéré dans la question 1.

2. Bordeaux, Caen, Clermont-Ferrand, Limoges, Orléans–Tours, Poitiers,Rennes

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

Exercice 1

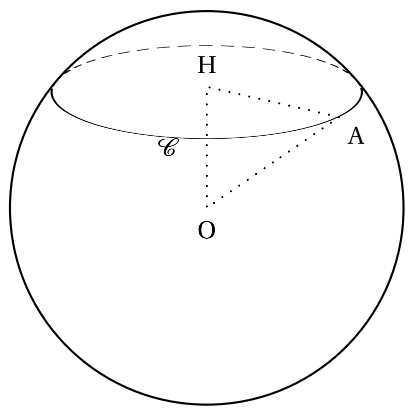
Le plan est muni d'un repère orthonormal (O ; I ; J). L'unité de longueur est le centimètre.

1. Placer les points A(2 ; 1), B(5 ; 5) et C(6 ; 2).
2. Donner les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
3. Calculer la distance AB.
4. Placer le point D tel que ABCD soit un parallélogramme.
5. Donner sans justifier les coordonnées du point D.
6. Calculer les coordonnées du centre de symétrie W du parallélogramme ABCD.

Exercice 1

Sur le dessin ci-dessous, la sphère a pour centre O.
Un plan coupe cette sphère selon un cercle $\mathscr{C}$ de centre H et de rayon 4,5 cm
(HA = 4,5 cm).

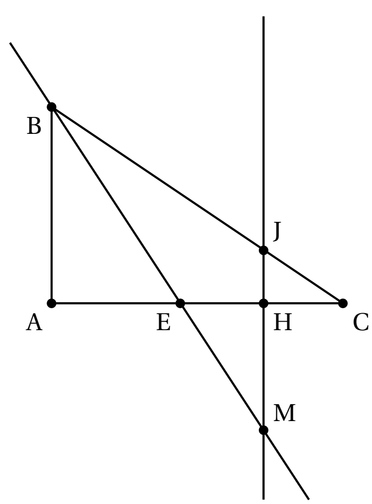
1. Sachant que HO = 2,2 cm, dessiner le triangle OHA en vraie grandeur.
2. Calculer la longueur OA à 1 mm près.



Sur ce dessin, les dimensions ne sont pas respectées.

Exercice 3

On considère un triangle ABC tel que AB = 6 cm, AC = 9 cm et BC = $\sqrt{117}$ cm.
Sur ce dessin, les dimensions ne sont pas respectées.

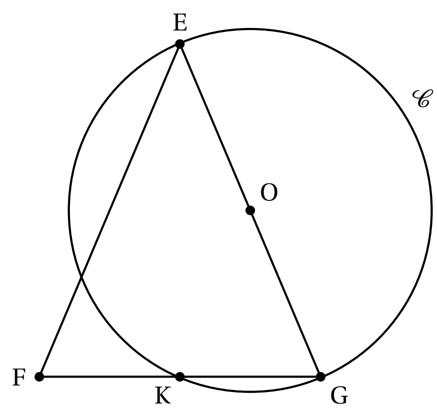


1. Quelle est la nature du triangle ABC ?
2. Le point E est le point du segment [AC] tel que AE = 4 cm. La médiatrice du segment [EC] coupe le segment [EC] en H, le segment [BC] en J et la droite (BE) en M.
   Prouver que :
   — Les droites (JH) et (AB) sont parallèles ;
   — le segment [HC] mesure 2,5 cm.
3. Calculer la valeur exacte de longueur JH.
4. Calculer la longueur HM.

PROBLÈME

Partie A

EFG est un triangle isocèle en E tel que FG = 5 cm et EG = 6 cm. Le cercle $\mathscr{C}$ de centre O et de diamètre [EG] coupe le segment [FG] en K.
La figure ci-dessous n'est pas dessinée en vraie grandeur.



1. Réaliser la figure en vraie grandeur (utiliser une feuille à part).
2. **a.** Démontrer que EKG est un triangle rectangle.
   b. Démontrer que K est le milieu du segment [FG].
   c. Calculer la valeur exacte de EK. Donner une valeur approchée à 1 mm près.
3. Soit S l'image du point E par la translation de vecteur $\overrightarrow{KG}$.
   a. Placer le point S sur la figure.
   b. Démontrer que ESGK est un rectangle.

Partie B

Compléter la figure en plaçant un point P sur un segment [EG] (ne pas placer P en O).
Tracer la parallèle à la droite (FG) passant par P. Elle coupe la droite (EF) en R.
On nomme x la longueur du segment [EP] exprimée en cm.

1. Préciser sans justifier la nature du triangle EPR.
2. Démontrer que PR = $\dfrac{5}{6}x$.
3. Exprimer en fonction de x le périmètre du triangle EPR.
4. Démontrer que le périmètre du trapèze RPGF est égal à $\dfrac{-7x}{6} + 17$.
5. Peut-on trouver une position du point P sur le segment [EG] pour laquelle le triangle et le trapèze aient le même périmètre ? **Justifier la réponse**.

Brevet - Groupement 3[3] juin 2001

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

Exercice 1

1. Donner l'égalité traduisant la division euclidienne de 1 512 par 21.
2. Rendre irréductible la fraction $\dfrac{720}{1\,512}$.

Exercice 2

On considère l'expression A suivante :

$$A = (x-2)^2 + (x-2)(3x+1).$$

1. Développer et réduire A.
2. Factoriser A.
3. Résoudre l'équation : $(x-2)(4x-1) = 0$.
4. Calculer A pour $x = -\dfrac{1}{2}$.

Exercice 3

1. Résoudre le système de deux équations à deux inconnues suivant :

$$\left\{\begin{array}{l c l} x+y & = & 15 \\ 2x+y & = & 21 \end{array}\right.$$

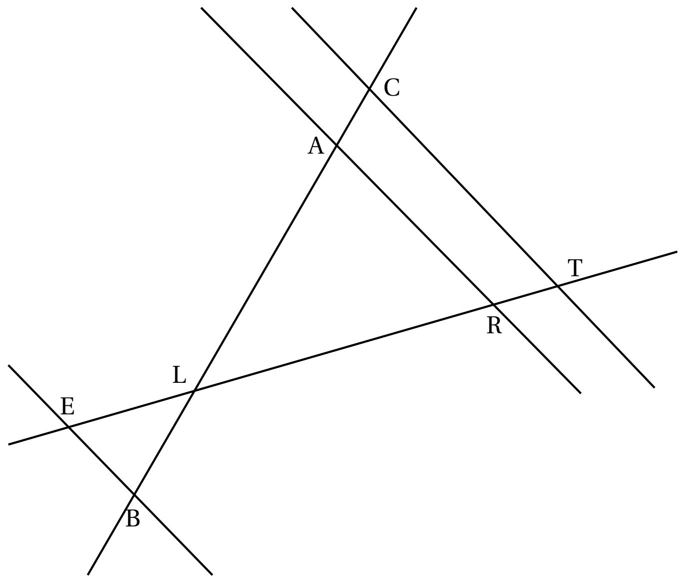
2. Pour financer une partie de leur voyage de fin d'année, des élèves de troisième vendent des gâteaux qu'ils ont confectionnés eux-même.
   Un même jour ils ont vendu 15 tartes, les unes aux myrtilles et les autres aux pommes.
   Une tarte aux myrtilles est vendue 4 euros et une tarte aux pommes 2 euros.
   La somme encaissée ce jour là est 42 euros.
   AprÈs avoir mis le problème en équation, déterminer combien ils ont vendu de tartes de chaque sorte.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

Exercice 1

Sur la figure ci-dessous :

3. Aix–Marseille, Grenoble, Montpellier, Nice–Corde, Toulouse



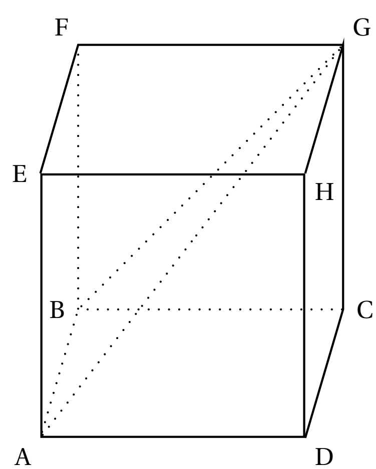
Les droites (AR) et (CT) sont parallèles.
Les points E, L, R, T sont alignés.
Les points C, A, L, B sont alignés.
On donne :
LC = 6 cm, LT = 9 cm, LA = 4, 8 cm, LB = 2 cm, LE = 3 cm.

1. Calculer LR.
2. Les droites (EB) et (CT) sont-elles parallèles ?
   La figure ci-dessus n'est pas conforme aux dimensions données.

Exercice 2

ABCDEFGH est un pavé droit à base carrée. On donne AD = 3 cm, CG = 4 cm.

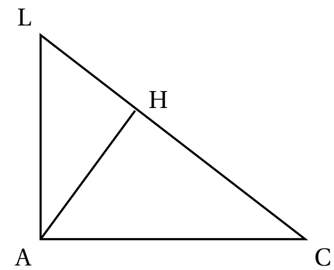
1. Calculer le volume en cm^3 de la pyramide de sommet G et de base ABCD.
2. Calculer DG.
3. On admet que le triangle ADG est rectangle en D.
   Calculer la mesure, arrondie au degré, de l'angle AGD.
   Calculer la valeur exacte de la longueur AG, puis en donner la valeur arrondie au millimètre.



PROBLÈME

Partie I

Soit LAC un triangle rectangle en A ;
On donne : LA = 9 cm et AC = 12 cm.
[AH] est la hauteur du triangle LAC.



1. Calculer l'aire du triangle LAC.

2. Montrer que : LC = 15 cm.

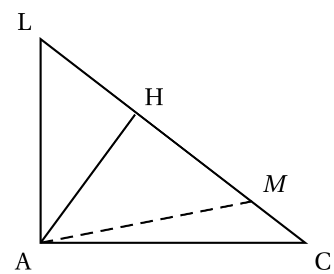
3. En exprimant différemment le calcul de l'aire du triangle LAC, montrer que AH = 7,2 cm.

Partie II

On place un point M sur le côté [LC] du triangle LAC et on note x la distance LM, exprimée en cm ($0 < x < 15$).

1. Exprimer en fonction de x la longueur MC.

2. Le segment [AH] peut être considéré comme hauteur à la fois du triangle MAC et du triangle LAM.



a. Montrer que l'aire du triangle LAM, exprimée en cm^2, est $3,6x$.

b. Montrer que l'aire du triangle MAC, exprimée en cm^2, est $54 - 3,6x$.

c. Pour quelle valeur de x les deux triangles LAM et MAC ont-ils la même aire ? Quelle est alors cette aire ?

Partie III

Le plan est muni d'un repère orthogonal. On choisira l'axe des abscisses parallèle au grand côté de la feuille de papier millimétré. Sur l'axe des abscisses, l'unité est le centimètre, sur l'axe des ordonnées, 1 cm représente 10 unités.

1. Tracer la représentation graphique des fonctions f et g définies par :

$$f(x) = 3,6x \quad \text{et} \quad g(x) = 54 - 3,6x.$$

2. Déterminer graphiquement la valeur de x pour laquelle l'aire du triangle MAC est égale à 36 cm^2 en faisant apparaître sur le graphique les constructions utiles.

3. Soit K le point d'intersection des deux droites obtenues.

a. Déterminer graphiquement les coordonnées du point K.

b. En utilisant les résultats obtenus à la question II 2. c. :
— Que représente l'abscisse du point K ?
— Que représente l'ordonnée du point K ?

Brevet - Groupement 4 [4] juin 2001

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Dans toute cette partie, les résultats des calculs demandés doivent être accompagnés, soit des étapes de calculs, soit d'explications. Le barème en tiendra compte

Exercice 1

1. Calculer A et B, en donnant les résultats sous forme de fractions irréductibles :

$$\mathrm{A} = 9 \times \frac{3}{2} - 10 \qquad \mathrm{B} = \left(\frac{3}{2}\right) - \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \left(-\frac{5}{2}\right).$$

2. On considère l'expression :

$$C = (2x-5)^2 - (2x-5)(3x-7)$$

   a. Développer et réduire C.

   b. Factoriser l'expression C.

   c. Résoudre l'équation : $(2x-5)(2-x) = 0$.

Exercice 2

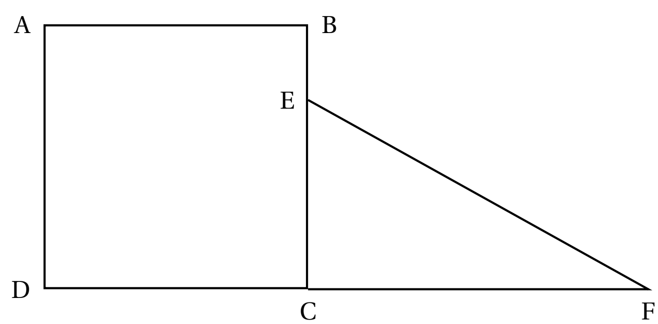
Sur la figure ci-dessous (qui n'est pas en vraie grandeur),

ABCD est un carré dont le côté a pour mesure (en centimètres) x,

ECF est un triangle rectangle en C,

le point E étant un point du segment [BC].

on donne FC = 4 cm.



1. **a.** Exprimer l'aire, notée $\mathscr{A}_{\text{ABCD}}$, du carré ABCD en fonction de x.

   b. Calculer $\mathscr{A}_{\text{ABCD}}$ pour $x = 2 + \sqrt{2}$ (on donnera le résultat sous la forme $a + b\sqrt{2}$, où a et b sont des nombres entiers).

2. On suppose que x est supérieur à 1.

   a. Sachant que la longueur BE est égale à 0,5 cm, calculer, en fonction de x, l'aire, du triangle ACF notée $\mathscr{A}_{\text{ACF}}$.

   b. On note S la somme, en fonction de x, des deux aires $\mathscr{A}_{\text{ABCD}}$ et $\mathscr{A}_{\text{ACF}}$.
   Vérifier que : $S = x^2 + 2x - 1$.

3. Calculer S pour $x = 2 + \sqrt{2}$.
   On donnera le résultat sous la forme $c + d\sqrt{2}$, où c et d sont des nombres entiers).

4. Nancy-Metz, Besançon, Dijon, Lyon, Reims, Strasbourg

Exercice 3

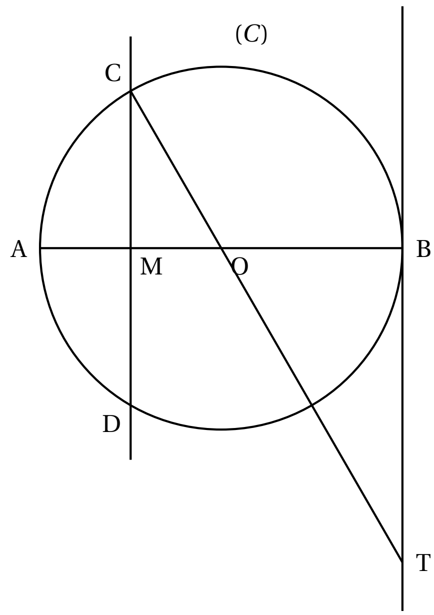
Un cirque propose deux tarifs d'entrée : un pour les adultes et un pour les enfants.
Un groupe de trois enfants avec un adulte paie 290 F.
On peut traduire ces données par l'équation à deux inconnues : $3x + y = 290$.
Un autre groupe de 5 enfants avec quatre adultes paie 705 F.

1. Écrire alors une deuxième équation et résoudre le système obtenu de deux équations à deux inconnues.
2. Donner le prix d'une entrée pour un enfant et celui d'une entrée pour une adulte

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1

La figure ci-dessous n'est pas à refaire sur la copie. Elle n'est pas donnée en vraie grandeur.

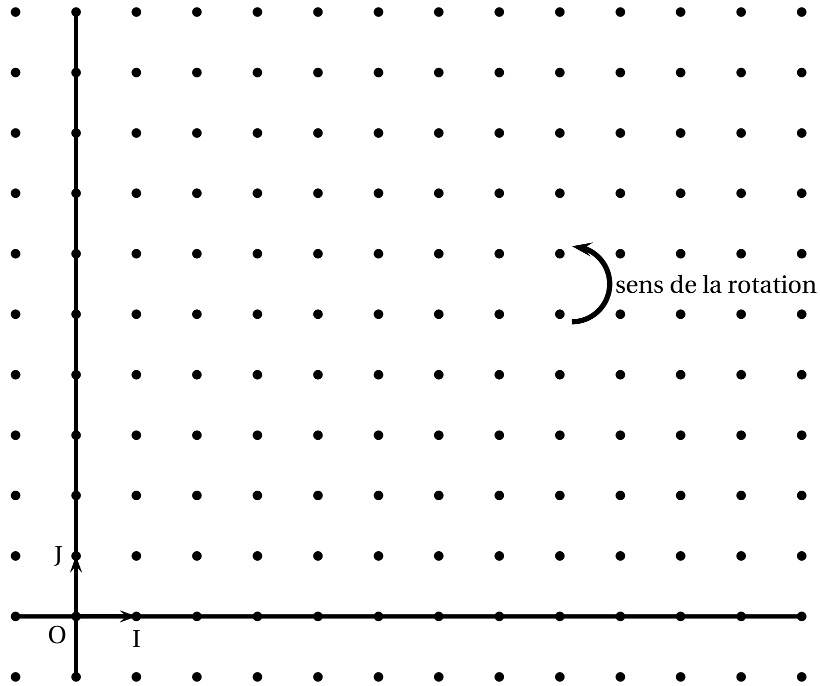


Le rayon du cercle (C) de centre O est égal à 3 cm.
[AB] est un diamètre de ce cercle.
Les points C et D appartiennent au cercle et la droite (CD) est la médiatrice du rayon [OA].
La droite (OC) coupe en T la tangente au cercle (C) au point B.

1. Montrer que (CM) et (BT) sont parallèles.
2. Calculer, en utilisant la propriété de Thalès, la longueur OT.
3. **a.** Démontrer que le triangle COA est équilatéral.
   b. En déduire une mesure (en degrés) de l'angle $\widehat{\text{MCO}}$, puis une mesure (en degrés) de l'angle $\widehat{\text{DOT}}$.

Exercice 2

Les tracés demandés dans cet exercice sont à réaliser sur la figure ci dessous.



1. Dans le repère orthonormé (O, I, J) représenté sur la feuille annexe n° 1, placer les points suivants :

$$A(2\ ;\ 3), B(5\ ;\ 6) \text{et} \quad C(7\ ;\ 4).$$

2. On admettra que $AB = 3\sqrt{2}$ et que $BC = 2\sqrt{2}$.
   Calculer la distance AC et prouver que le triangle ABC est rectangle en B.
3. Représenter le point D, image du point A par la rotation de centre B et d'angle 90 °. (dans le sens qui est indiqué sur la feuille annexe et qui est le sens contraire des aiguilles d'une montre).
4. Représenter le point M tel que $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$.
   Quelle est la nature du quadrilatère BCMA ?
5. **a.** Représenter le point N image de D dans la translation de vecteur $\overrightarrow{BA}$.
   b. Expliquer pourquoi les points B, C et D sont alignés.
   c. Démontrer que les points A, M et N sont alignés.

PROBLÈME 12 points

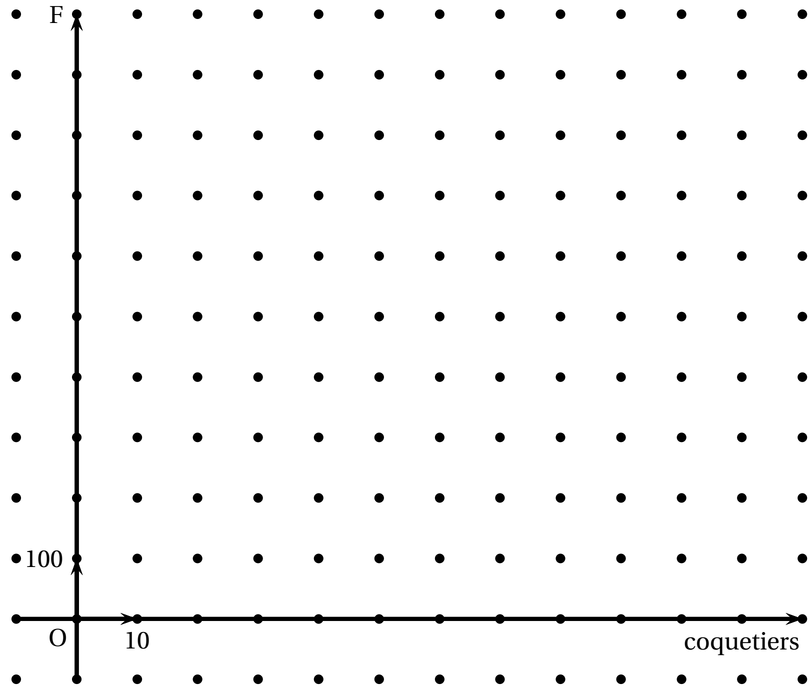
Partie 1

Une entreprise fabrique des coquetiers en bois qu'elle vend ensuite à des artistes - peintres.
Elle leur propose, à deux tarifs, au choix :
- Tarif n° 1 : 25 F le coquetier.
- Tarif n° 2 : un forfait de 400 F et 15 F le coquetier.

1. Calculer le prix de 30 coquetiers et celui de 50 coquetiers au tarif n° 1 puis au tarif n° 2.
2. On note x le nombre de coquetiers commandés.
   En fonction de x, les prix P_1 au tarif n° 1 et P_2 au tarif n° 2 de x coquetiers sont donc donnés par :

$$P_1(x) = 25x \quad \text{et} \quad P_2(x) = 15x + 400.$$

Construire, dans le même repère orthogonal donné sur la figure ci-dessous, les droites (D_1) et (D_2) qui représentent les deux fonctions P_1 et P_2. (on prendra comme unités :
sur l'axe des abscisses : 1 cm pour 10 coquetiers commandés,
sur l'axe des ordonnées : 1 cm pour 100 F)



3. Par simple lecture graphique, répondre aux trois questions suivantes :

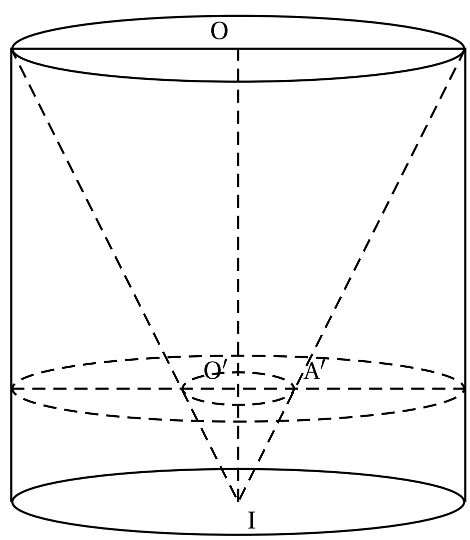
a. Quel est le plus grand nombre de coquetiers qu'un peintre peut acheter avec 1 200 F ?

b. Pour quel nombre de coquetiers, les prix P_1 et P_2 sont-ils les mêmes ?

c. À quelle condition, le tarif n° 2 est-il le plus avantageux ?

Partie 2

Le coquetier est fabriqué avec un cylindre de 3 cm de rayon et de 6 cm de hauteur que l'on évide en creusant un cône de même base circulaire de centre O que le cylindre et dont le sommet est le centre I de l'autre base du cylindre.



1. Montrer que la valeur exacte du volume (en cm^3) d'un coquetier est 36π et donner sa valeur arrondie au cm^3.
2. On sectionne l'objet par un plan (P) parallèle à la base du cylindre.
   Les points O' et A' appartiennent à ce plan (P).
   a. Sachant que la longueur OO' est 4 cm et que les droites (OA) et $(\text{O}'\text{A}')$ sont parallèles, démonter que la longueur $\text{O}'\text{A}'$ est égale à 1 cm.
   b. Dessiner la section du coquetier par le plan (P). (la figure, qui est une couronne, sera non déformée et dessinée en vraie grandeur).
   c. Calculer la valeur exacte de l'aire de cette section.

Brevet - Polynésie juin 2001

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

EXERCICE 1

1. Calculer les nombres A et B en détaillant les calculs.
   $A = \dfrac{3}{7} \div \dfrac{4}{21} - \dfrac{5}{2}$ (on donnera le résultat sous la forme d'une fraction.)
   $B = \dfrac{10^7 \times 10^{-3}}{10}$ (on donnera le résultat sous la forme 10^n.)
2. Donner l'écriture scientifique du nombre C :

$$C = 0,007 \times 10^2.$$

3. Écrire D sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont des entiers, b étant le plus petit possible :

$$D = 5\sqrt{8} - \sqrt{50}.$$

EXERCICE 2

On considère l'expression

$$E = (3x-1)^2 + (x+2)(3x-1).$$

1. Développer et réduire E.
2. Factoriser E.
3. Calculer E pour $x = -2$.
4. Résoudre l'équation $(3x-1)(4x+1) = 0$.

EXERCICE 3

Le tableau ci-dessous donne la répartition, par âge, des élèves du club de pirogue du collège.

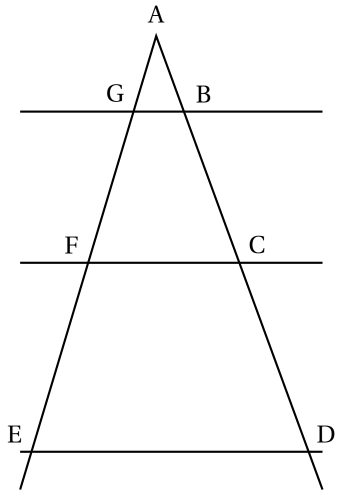
Âge des élèves	11	12	13	14
Nombre d'élèves	4	7	10	3

1. Calculer l'effectif total du club.
2. Calculer l'âge moyen des élèves de ce club.
3. Calculer le pourcentage d'élèves ayant moins de 14 ans dans ce club.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

EXERCICE 1

Les mesures de longueurs sont données en centimètres.
Les figures ne sont pas en vraie grandeur.

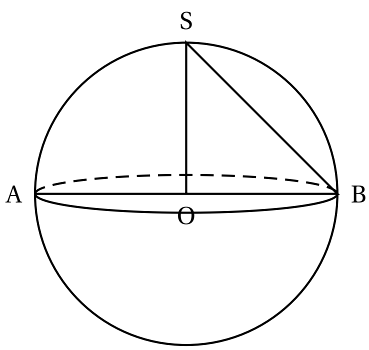


Observer la figure ci-contre.
On donne AB = 2 ; AF = 5 ; AC = 4 ; GB = 1,5 ;
AE = 10 ; AD = 8 ; (GB) / / (FC).

1. Calculer les longueurs AB et FC.
2. Les droites (FC) et (ED) sont-elles parallèles ? Justifier la réponse.

EXERCICE 2

Les mesures de longueurs sont données en centimètres.
Les figures ne sont pas en vraie grandeur.



Une lampe a la forme d'une boule de centre O et de rayon 30, [AB] est un diamètre et [SO] un rayon de cette boule (voir figure ci-contre).
Rappel :
Volume d'une boule : $V = \frac{4}{3}\pi R^3$
R : rayon de la boule.

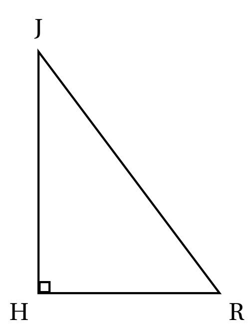
1. Calculer le volume de la boule (donner la valeur arrondie au cm^3).
2. On donne SB = $30\sqrt{2}$; montrer que la droite (SO) est perpendiculaire à la droite (AB).

EXERCICE 3

Les mesures de longueurs sont données en centimètres.
Prévoir de la place autour du tracé du triangle ABC.

1. Tracer le triangle ABC tel que $BC = 4$; $AB = 3$; $AC = 2$ (on appelera cette figure F_1).
2. Construire l'image de F_1 par la symétrie d'axe (AB) (on l'appelle F_2).
3. Construire l'image de F_1 par la symétrie de centre B (on l'appelera F_3).
4. Construire l'image de F_1 par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$ (on l'appelera F_4).

PROBLÈME **12 points**



L'unité de longueur est le mètre.
Le dessin n'est pas à l'échelle.

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

1. Roméo (R) veut rejoindre Juliette (J) à sa fenêtre. Pour cela, il place une échelle [JR]. Le mur et le sol sont perpendiculaires.
   On donne HR = 3 et JH = 4.

   a. Calculer la longueur JR.

   b. Calculer $\cos\widehat{\text{HJR}}$ puis la valeur de l'angle $\widehat{\text{HJR}}$ arrondie au degré.

2. L'échelle glisse.
   On donne JR = 5 et $\widehat{\text{HJR}} = 40°$.

   a. Calculer la longueur HR (donne la valeur arrondie au dixième).

   b. Écrire l'expression de $\tan\widehat{\text{HJR}}$ puis calculer la longueur JH (donner la valeur arrondie au dixième).

Partie B

Pour les questions 1., 2. *et* 6., *utiliser une feuille de papier millimétré.*
Dans un repère orthonormé (O ; I, J), l'unité graphique est le centimètre.

1. Placer les points A(2 ; 0) ; B(3,5 ; 6) et C(9 ; 5,5).
2. Placer dans ce repère le point D tel que $\overrightarrow{\text{AD}} = \overrightarrow{\text{AB}} + \overrightarrow{\text{AC}}$.
3. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{\text{BC}}$.
4. Calculer les coordonnées du milieu M du segment [AC].
5. Soit la fonction affine f telle que $f(2) = 0$ et $f(3,5) = 6$.
   Trouver l'expression algébrique de f.
6. Tracer la représentation graphique de f.

Les mesures de longueurs sont données en centimètres.
Les figures ne sont pas en vraie grandeur.
Observer la figure ci-contre.
On donne $AG = 2$; $AF = 5$; $AC = 4$; $GB = 1,5$; $AE = 10$; $AD = 8$; $(GB)//(FC)$.

1. Calculer les longueurs AB et FC.
2. Les droites (FC) et (ED) sont-elles parallèles ? Justifier la réponse.

Les mesures de longueurs sont données en centimètres.
Les figures ne sont pas en vraie grandeur. Une lampe a la forme d'une boule de centre O et de rayon 30, [AB] est un diamètre et [SO] un rayon de cette boule (voir figure ci-contre).
Rappel :
Volume d'une boule : $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3$
R : rayon de la boule.

1. Calculer le volume de la boule (donner la valeur arrondie au cm^3).
2. On donne $SB = 30\sqrt{2}$; montrer que la droite (SO) est perpendiculaire à la droite (AB).

Brevet - Antilles-Guyane septembre 2001

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

En écrivant les calculs intermédiaires, exprimer sous la forme d'une fraction irréductible :

$$Q = \frac{1-\frac{1}{3}}{3} \times \frac{3}{4} - \frac{1}{5}.$$

Exercice 2

1. Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont des entiers :
   $S = 7\sqrt{63} - 3\sqrt{28} + \sqrt{7}$.
2. Trouver l'entier positif A tel que : $\sqrt{A} = 13\sqrt{31}$.

Exercice 3

Trois floups et deux glaces coûtent vingt-sept francs ; deux floups et trois glaces coûtent trente francs. Calculer le prix d'un floup et celui d'une glace.

Exercice 4

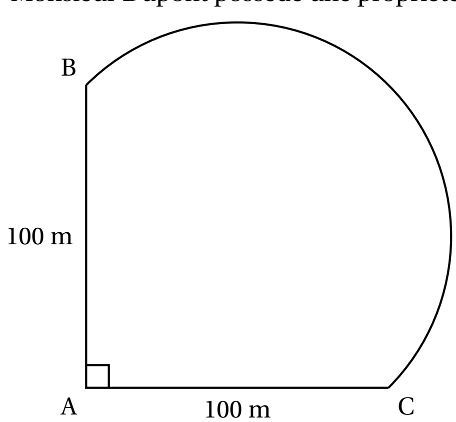
Soit l'expression : $E = 49 - (3x-4)^2$.

1. Développer et réduire E.
2. Factoriser E.
3. Résoudre l'équation : $E = 0$.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1

Monsieur Dupont possède une propriété ayant la forme du schéma suivant :



Le côté [AB] du triangle isocèle ABC mesure 100 m, et le demi-cercle a pour diamètre [BC].

1. Calculer la valeur exacte de BC.
2. Calculer la superficie *réelle* du terrain. P.

3. Calculer le périmètre *réel* du terrain.

   N. B. On utilisera le π de la calculatrice ; on arrondira les résultats demandés au centième en précisant clairement les unités.

4. Soir I le milieu de [AC]. Calculer la mesure en degrés de l'angle $\widehat{ABI}$ (résultat arrondi au centième).

Exercice 2

Construire le triangle KLM tel que :
KM = 10 cm KL = 5 cm et LM =7 cm.
Placer sur [KM] le point N tel que KN = 4 cm.
La parallèle à (LM) passant par N coupe (LK) en R.

1. Calculer KR et NR.
2. Calculer le périmètre du quadrilatère LMNR

PROBLÈME **12 points**

Le plan est rapporté au repère orthonormé (O, I, J), l'unité est le centimètre.

1. Placer les points :

   $$A(-4~;~5) \qquad B(2~;~-3) \qquad C(-1~;~6)$$

2. Calculer les distances AB, AC et BC (on donnera les valeurs exactes).
3. Démontrer alors que le triangle ABC est rectangle et préciser en quel sommet.
4. On considère la fonction affine f rťelle que $f(x) = ax + b$ qui vérifie :
   $f(-4) = 5$ et $f(-1) = 6$.
   a. Déterminer les coefficients a et b.
   b. Construire la représentation graphique de f.
5. Quelle est l'image par f de 2 ?
6. On sait que la droite (AC) coupe l'axe des abscisses ers un point E dont l'ordonnée est 0. Quelle est son abscisse ?

∽ Brevet - Groupement 1 [5] septembre 2001 ∾

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

Soit $A = \dfrac{2}{3} - \dfrac{7}{3} \times \dfrac{5}{14}$ $\quad B = \dfrac{5 \times 10^{2000}}{20 \times 10^{2001}}$ $\quad C = \dfrac{5,1 \times 10^{2} - 270 \times 10^{-1}}{4,83 \times 10^{2}}$.

1. Calculer A et mettre le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
2. Calculer B et donner l'écriture scientifique du résultat.
3. Démontrer que C est un nombre entier.

Exercice 2

Soit $D = \sqrt{20} + 3\sqrt{5} - 4\sqrt{45}$ $\quad E = \sqrt{15} \times \sqrt{48}$.

1. Mettre D sous la forme $a\sqrt{5}$ où a est un entier relatif.
2. Mettre E sous la forme $b\sqrt{5}$ où b est un entier relatif.

Exercice 3

Soit $F = (3x+1)^2 + (3x+1)(5x-4)$.

1. Développer et réduire F.
2. Factoriser F.
3. Résoudre l'équation $(3x+1)(8x-3) = 0$.

Exercice 4

Je suis capitaine d'un navire et j'ai 11 matelots à mon bord.
Mon âge est la moyenne des âges des matelots.
Ma pointure est la médiane des pointures des matelots.
Voici la liste des 11 matelots

Prénoms	Âges	Pointures
Ali	20	44
Billy	25	43
Carlos	18	41
Djamel	26	39
Emile	49	45
Franck	41	43
Gustave	57	41
Henri	34	44
Igor	19	39
Jules	52	43
Kévin	22	42

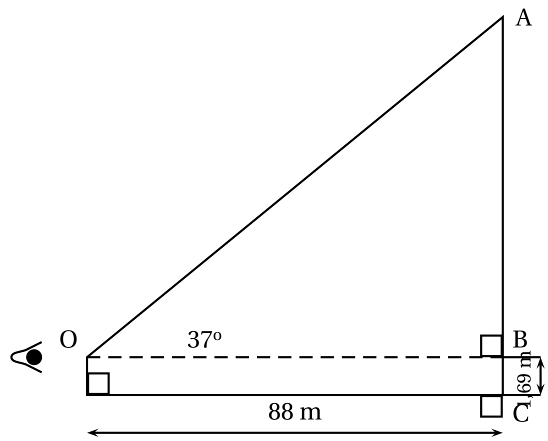
Trouver mon âge et ma pointure. Justifier les réponses.

5. Amiens, Créteil, Lille, Paris, Rouen, Versailles

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1

Michel s'est reculé pour mieux admirer un monument en entier.
Il se trouve maintenant à 88 m de celui-ci et l'angle entre l'horizontale de ses yeux et le haut du monument est de 37 ° (schéma ci-contre).
Sachant que les yeux de Michel sont à 1,69 m du sol, calculer la longueur AC (arrondir à 0,01 m près).



Voici une liste de monuments connus et leurs hauteurs respectives :

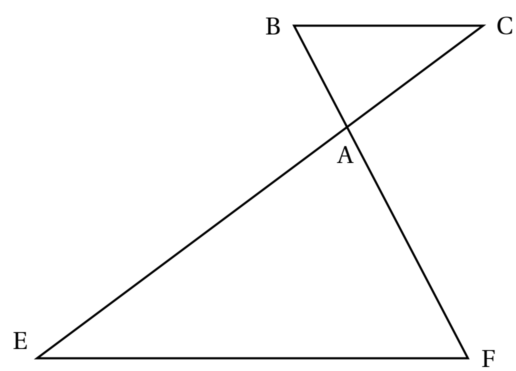
Acropole d'Athènes	50 m	Panthéon	80 m
Arc de triomphe de l'étoile	49,55 m	Pyramide de Kheops	138 m
Notre Dame de Paris	68 m	Basilique St Pierre de Rome	45 m

De quel monument peut-il s'agir ?

Exercice 2

Sur la figure ci-contre :
A est le point d'intersection de [BF] et de [CE].
On a AB = 4,2 cm ; AC = 5,6 cm ; BC 7 cm ; AE = 9,2 cm et AF = 6,9 cm.

1. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A.
2. Les droites (BC) et (EF) sont-elles parallèles ? Justifier votre réponse.



Exercice 3

Sur la feuille annexe :

1. Tracer le symétrique D_2 du drapeau D_1 par rapport au point O.
2. Tracer le symétrique D_3 du drapeau D_1 par rapport à la droite (HE).
3. Tracer l'image D_4 du drapeau D_1 par la translation de vecteur $\overrightarrow{FG}$.
4. Tracer l'image D_5 du drapeau D_1 par la rotation de centre O, d'angle 90°, dans le sens de la flèche.

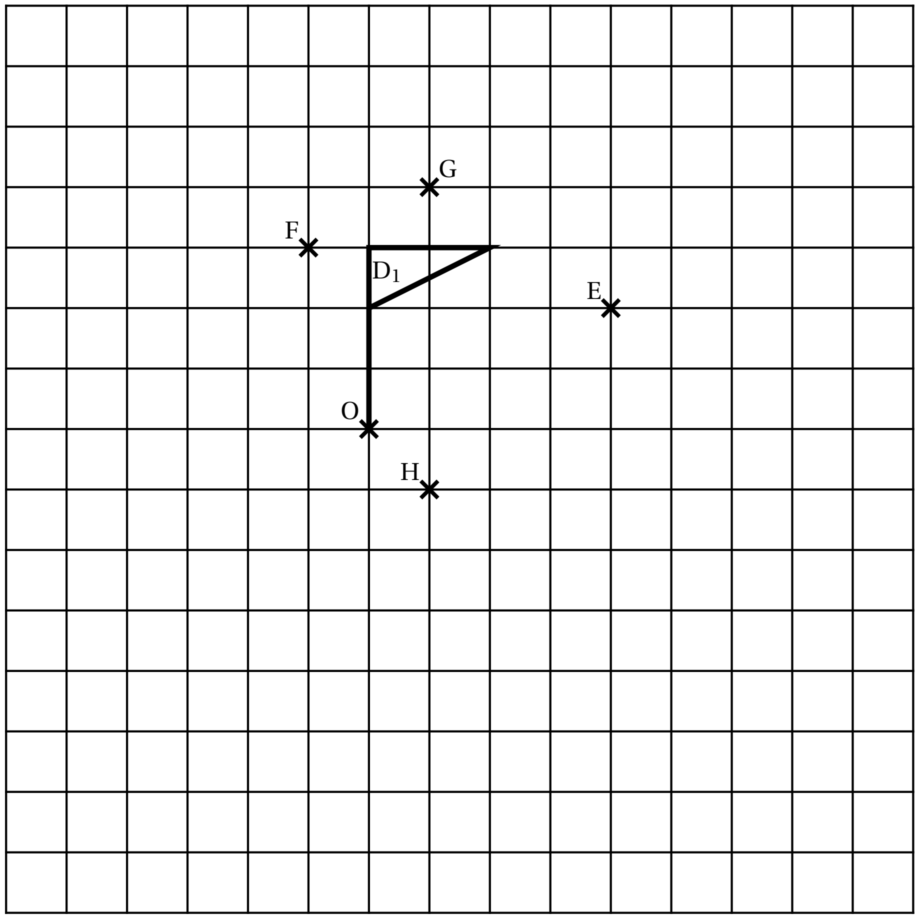
PROBLÈME **12 points**

La figure est commencée au verso de la feuille annexe. La compléter au fur et à mesure des questions.
ABC est un triangle tel que AB = 5 cm et BC = 7,5 cm.
D est le point du segment [AB] tel que AD = 2 cm.
La parallèle à la droite (BC) passant par D coupe le segment [AC] en E.

1. **a.** Démontrer que DE = 3 cm.
   b. En déduire que le triangle BDE est isocèle.
2. **a.** Justifier que les angles $\widehat{\text{DEB}}$ et $\widehat{\text{EBC}}$ sont égaux.
   b. En déduire que la demi-droite [BE) est la bissectrice de l'angle $\widehat{\text{ABC}}$.
3. **a.** Construire le point F tel que $\overrightarrow{\text{BF}} = \overrightarrow{\text{DE}}$.
   b. Démontrer que le quadrilatère BDEF est un losange.
   c. On note I le centre du losange BDEF.
   Démontrer que le triangle BDI est rectangle.
4. Dans le triangle ABC, on a $\widehat{\text{ABC}} = 60^{\circ}$.
   a. Quelle est la longueur de [DF] ? Justifier.
   b. Calculer la valeur exacte de BI, et en déduire celle de BE.
   c. Calculer l'aire du losange BDEF.

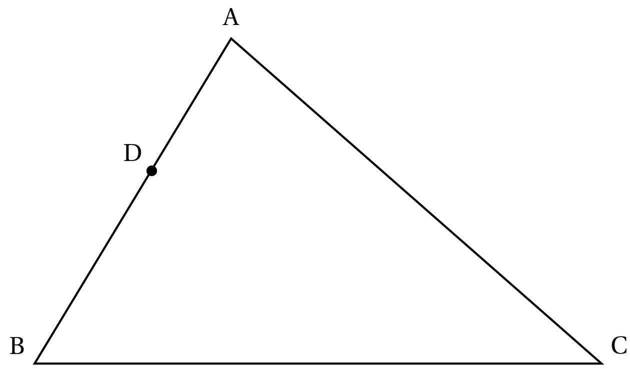
Feuille annexe à rendre avec la copie

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES
Exercice 3



Feuille annexe à rendre avec la copie

PROBLÈME



Brevet - Groupement 2 [6] septembre 2001

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

Dans chaque ligne du tableau, trois affirmations sont proposées. Une seule est exacte.
Pour chaque ligne, recopier l'affirmation exacte sur la copie.

Proposition n° 1	Proposition n° 2	Proposition n° 3
$\frac{2}{5}+\frac{5}{12}-\frac{1}{15}=\frac{23}{30}$	$\frac{2}{5}+\frac{5}{12}-\frac{1}{15}=3$	$\frac{2}{5}+\frac{5}{12}-\frac{1}{15}=0,75$
$\frac{8}{25}:\frac{16}{75}=\frac{2}{3}$	$\frac{8}{25}:\frac{16}{75}=\frac{3}{2}$	$\frac{8}{25}:\frac{16}{75}=\frac{1}{6}$
$\sqrt{16+9}=7$	$\sqrt{16+9}=5$	$\sqrt{16+9}=12$
$(2x-5)^2=4x^2-14x+25$	$(2x-5)^2=4x^2-20x+25$	$(2x-5)^2=4x^2-25$
$49x^2-25=(7x-5)^2$	$49x^2-25=(7x-5)(7x+5)$	$49x^2-25=(7x-5)(7x-5)$
$(x+3)(x-5)-(x-2)(x+3)=-8(x+3)$	$(x+3)(x-5)-(x-2)(x+3)=(x+3)(2x-7)$	$(x+3)(x-5)-(x-2)(x+3)=-3(x+3)$
(-2) est solution de l'équation $(x-2)(2x+4)=0$	(-2) est solution de l'équation $x^2+4=0$	(-2) est solution de l'équation $-2x+4=0$
102 est solution de l'inéquation $2x+1\leqslant 3$	102 est solution de l'inéquation $-2x+1\leqslant 3$	102 est solution de l'inéquation $-2x+1>3$

Exercice 2

Le 19 juin 1997 le taux de conversion de l'euro a été fixé à : 1 euro = 6,559 57 francs.

1. Compléter le tableau suivant en arrondissant les réponses au centième.

Nature de l'objet	Un réfrigérateur	Un sèche-cheveux	Un manteau	Un baladeur
Prix en francs		128	1 200	
Prix en euros	373,50			29,73

2. On nous conseille une « bonne » méthode : pour obtenir le prix (approché) en euros d'un objet qui coûte S francs, ajouter S à la moitié de S puis diviser ce résultat par 10.

   a. Montrer que la « bonne » méthode conseillée revient à dire que le prix en euros d'un objet qui coûte S francs est à peu près $\frac{3S}{20}$.

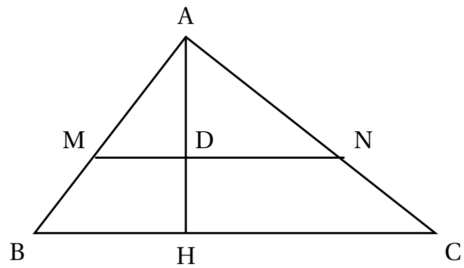
   b. En remarquant que 6,559 57 est peu différent de $\frac{20}{3}$, expliquer pourquoi la méthode proposée permet de convertir rapidement le prix en francs en une valeur approchée du prix en euros.

   c. Si l'on applique la « bonne » méthode conseillée, que trouvera-t-on pour les prix en euros du sèche-cheveux et du manteau de la question 1 ?

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

6. Bordeaux, Caen, Clermont-Ferrand, Limoges, Nantes, Orléans-Tours, Poitiers, Rennes

Exercice 1



On donne la figure ci-contre dans laquelle les dimensions ne sont pas respectées.
Les longueurs réelles sont :
AM = 9 cm, MB = 6 cm
BH = 9 cm, HC = 16 cm
AC = 20 cm

Les droites (MN) et (AH) sont perpendiculaires, ainsi que les droites (BC) et (AH).
Les questions sont indépendantes.

1. Reproduire la figure à l'échelle 1/2 en tenant compte des dimensions réelles.
2. Calculer la longueur AH en justifiant ce calcul.
3. Calculer le cosinus de l'angle $\widehat{ABH}$; en déduire une valeur approchée au degré près de la mesure en degrés de l'angle $\widehat{ABH}$.
4. Justifier que les droites (MN) et (BC) sont parallèles. Calculer la longueur MD en justifiant ce calcul.
5. Le triangle ABC est-il rectangle en A ? Justifier la réponse.

Exercice 2

Dans un plan muni du repère orthonormé (O, I, J), placer les points :

$$A(8\ ;\ 1) \qquad B(4\ ;\ 8) \text{ et } C(-4\ ;\ 7)$$

1. **a.** Donner sans justifier les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{OC}$ et les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
   b. Que peut-on en déduire pour le quadrilatère OABC ?
2. Démontrer que OABC est un losange.

PROBLÈME **12 points**

Les salaires mensuels de trois commerciaux, Ernest, Gilbert et Henri, sont calculés de la manière suivante.

- Pour Ernest t 40 % du bénéfice réalisé grâce à ses ventes mensuelles.
- Pour Gilbert 6 000 F auxquels s'ajoutent 15 % du montant du bénéfice réalisé grâce à ses ventes mensuelles.
- Pour Henri : 12 000 F (sans tenir compte de ses ventes).

1. **a.** Si le bénéfice réalisé grâce à ses ventes mensuelles est de 16 000 francs, montrer que le salaire de Gilbert est alors de 8 400 francs.
   b. Au cours d'un mois, Ernest, Gilbert et Henri remarquent que pour chacun d'eux le bénéfice réalisé grâce à ses ventes a été de 28 000 F. Calculer le salaire mensuel de chacun d'eux.
   c. Quel est le montant du bénéfice qu'Ernest doit réaliser sur ses ventes s'il veut obtenir 12 000 F à la fin du mois ?
2. On désigne par x le montant, en francs, du bénéfice réalisé grâce aux ventes mensuelles d'un commercial.
   a. Exprimer, en fonction de x, le salaire mensuel de chacun des commerciaux.
   b. On a tracé ci-après, dans un repère, la représentation graphique de la fonction e définie par : $e\ :\ x \longmapsto 0,40x$ pour les valeurs positive de x.
   De quel commercial a-t-on ainsi représenté le salaire ? Que représente la graduation sur l'axe des abscisses ? Sur l'axe des ordonnées ?

c. Dans le même repère, tracer la représentation graphique de la fonction g définie par $g\,:\,x \longmapsto 0,15x+6\,000$ pour les valeurs positives de x.

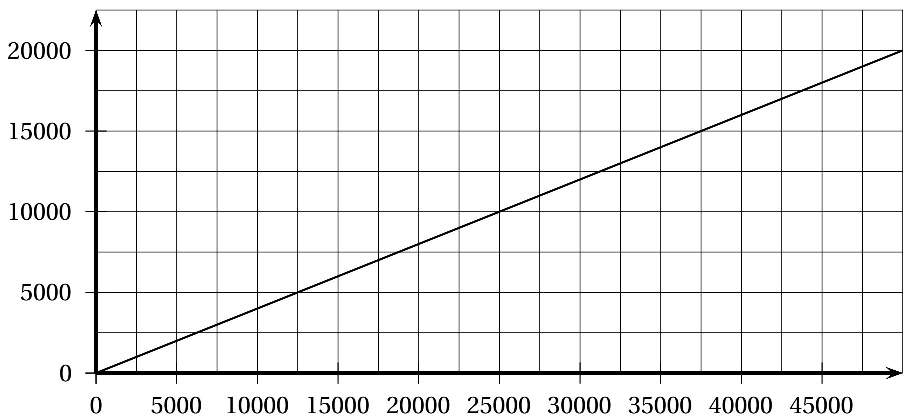
d. Représenter graphiquement le salaire de Henri dans ce même repère.

Pour répondre aux questions 3. a *et* 3. b, *laisser les traits nécessaires à la lecture apparents sur le graphique et rédiger la réponse sur la copie.*

3. a. Au cours d'un mois, Ernest, Gilbert et Henri ont remarqué que le bénéfice réalisé grâce à leurs ventes a été identique pour chacun d'eux et d'un montant de 32 000 F. En utilisant le graphique, donner une valeur approchée du salaire de chacun d'eux.

b. Déterminer graphiquement une estimation du montant du bénéfice réalisé grâce à leurs ventes mensuelles pour lequel Gilbert et Henri obtiendraient le même salaire à la fin du mois.

c. Trouver la valeur exacte de ce montant en résolvant une équation.



Brevet - Groupement 3 [7] septembre 2001

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

1. On considère $A = \frac{5}{6} - \frac{7}{6} \times \frac{1}{14} + \frac{2}{3}$.
   Calculer A, en indiquant les étapes.
2. On considère $B = 3\sqrt{20} - \sqrt{45} + \sqrt{5}$.
   Écrire B sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers et b le plus petit possible.
3. **a.** Calculer le plus grand commun diviseur (PGCD) de 4 176 et 6 960.
   b. Mettre $\frac{6\,960}{4\,176}$ sous forme de fraction irréductible.

Exercice 2

On considère l'expression :
$C = (3x - 5)(-5x + 2) + (3x - 5)^2$.

1. Développer C.
2. Factoriser C.

Exercice 3

Un jardinier veut planter des pensées et des primevères pour former deux massifs de fleurs.
Pour le premier massif, il achète 12 pensées et 7 primevères, cela lui coûte 71,30 F.
Pour le deuxième massif, il achète 8 pensées et 24 primevères, cela lui coûte 91,40 F.
Calculer le prix d'une pensée, d'une primevère.

Exercice 4

Un apiculteur fait le bilan annuel de la production de miel de ses ruches.
Il établit le tableau ci-dessous :

Production p de miel (en kg)	$18 \leqslant p < 20$	$20 \leqslant p < 22$	$22 \leqslant p < 24$	$24 \leqslant p < 26$	$26 \leqslant p < 28$	$28 \leqslant p < 30$
Nombre de ruches	2	8	5	2	1	2

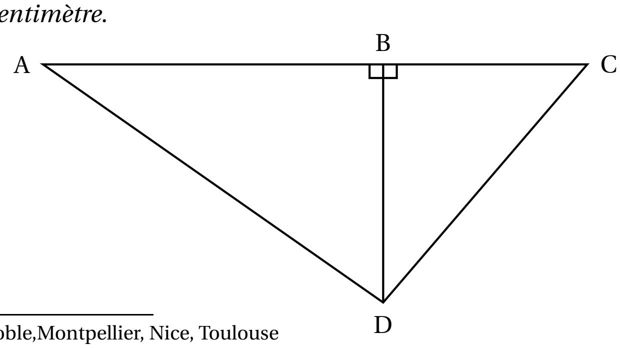
Calculer la quantité moyenne de miel produite par ruche.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1

L'unité de longueur est le centimètre.

On donne :
BD = 7
AD = 12
$\widehat{BCD} = 50°$



7. Aix–Marseille,Corse, Grenoble,Montpellier, Nice, Toulouse

1. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ADB}$ (on donnera le résultat arrondi au degré).
2. Calculer la longueur CD (on donnera le résultat arrondi au dixième).

Exercice 2

L'unité de longueur est le centimètre et l'unité de volume est le centimètre cube.
On note h la hauteur d'eau dans un cylindre de rayon 8 et de hauteur 15 (figure 1).
On place alors au fond de ce cylindre une boule de rayon 6 et on constate que le cylindre est totalement rempli (figure 2).

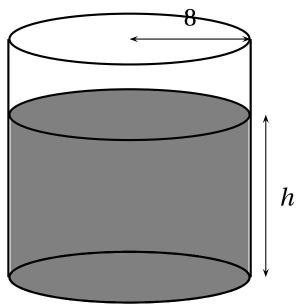


Figure 1

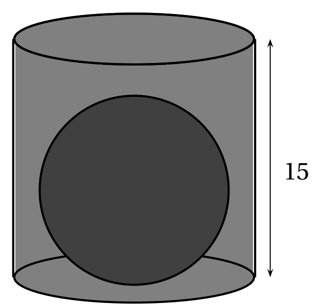


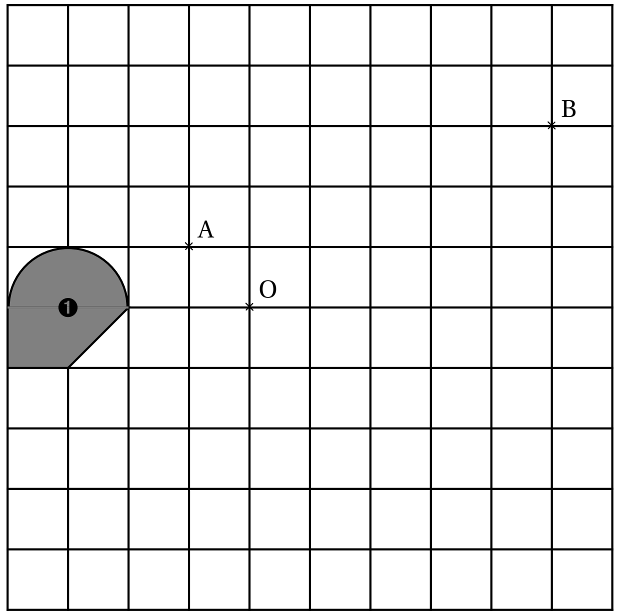
Figure 2

1. Calculer en fonction de π le volume du cylindre.
2. Montrer que la valeur exacte du volume de la boule est 288π.
3. Déduire des questions précédentes la hauteur h de l'eau dans le cylindre avant qu'on y place la boule.

Exercice 3

Construire sur le schéma ci-après :

1. La figure ❷, image de la figure ❶ par la symétrie d'axe (OA).
2. La figure ❸, image de la figure ❶ par la symétrie de centre O.
3. La figure ❹, image de la figure ❶ par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$. Numéroter chacune des figures construites.



PROBLÈME **12 points**

Dans tout le problème, l'unité de longueur est le centimètre et l'unité d'aire est le centimètre carré.

Première partie

1. Dans un repère orthonormé (O, I, J), placer les points :
   A(1 ; 1,5) B(5,5 ; 7,5) C(5 ; −1,5)
2. Calculer la longueur BC (on donnera la valeur exacte).
3. On donne : AB = 7,5 et AC = 5.
   Montrer que le triangle ABC est rectangle.
4. Calculer l'aire du triangle ABC.

Deuxième partie

On considère le triangle ABC rectangle en A obtenu dans la première partie.

1. Sur la figure de la première partie, placer le point K du segment [AC] tel que CK = 2 et tracer la perpendiculaire à la droite (AC) passant par K. Cette droite coupe la droite (BC) en L.
2. Montrer que les droites (AB) et (KL) sont parallèles.
3. Calculer la longueur KL.

Troisième partie

On considère un point T du segment [AK].
On note KT = x (x est un nombre compris entre 0 et 3).
On rappelle que :
- KL = 3 ;
- l'aire du triangle ABC est 18,75 cm^2.

1. Exprimer l'aire du triangle LTC en fonction de x.
2. Montrer que l'aire du quadrilatère ABLT est $15,75 - 1,5x$.
3. L'aire du quadrilatère ABLT peut-elle être égale à celle du triangle LTC ? Pourquoi ?

Brevet - Groupement 4 [8] septembre 2001

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Dans toute cette partie, les résultats des calculs demandés doivent être accompagnés soit des étapes de calculs, soit d'explications. Le barème en tiendra compte.
Les quatre exercices sont indépendants.

Exercice 1

On considère les expressions numériques :
$A = \dfrac{7}{3} + \dfrac{2}{3} \times \dfrac{5}{6}$ et $B = \dfrac{\left(10^5\right) \times 30 \times 10^{-2}}{5 \times 10^2}$.
Calculer A, et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
Calculer B, et exprimer le résultat sous la forme d'un nombre entier.

Exercice 2

Soient les nombres $D = \left(2\sqrt{5}+2\right)\left(\sqrt{5}-2\right)$ et $E = \left(\sqrt{5}-1\right)^2$.
Montrer, en développant, qu'ils sont égaux.

Exercice 3

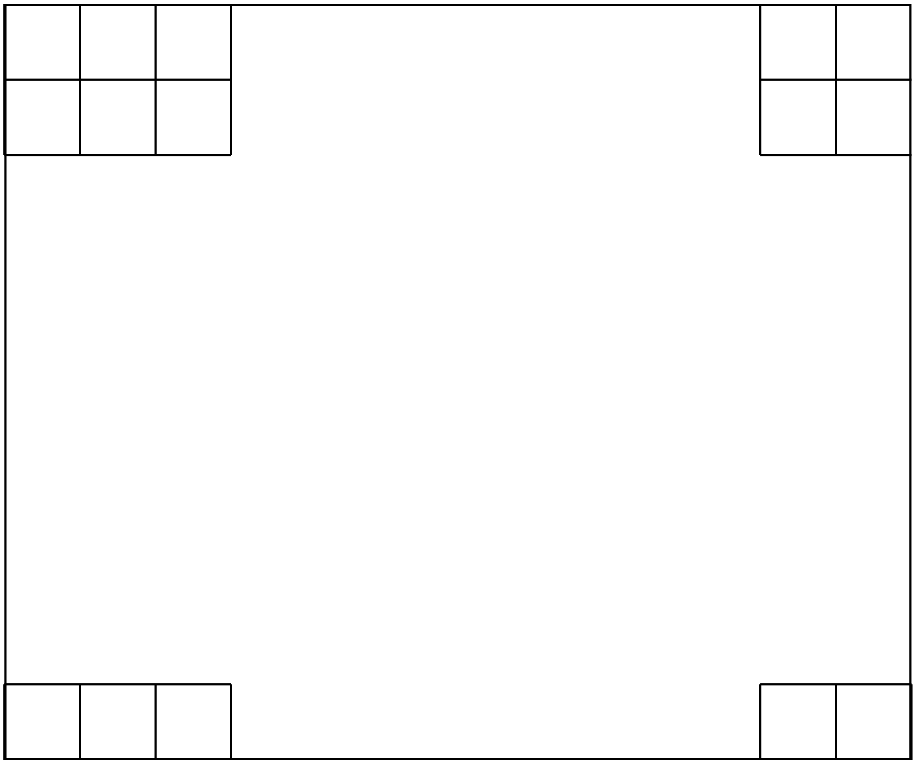
On considère l'expression suivante : $F = (2x-3)^2 - (2x-3)(2-x)$.

1. Développer et réduire l'expression E
2. Factoriser E.
3. Résoudre l'équation $(2x-3)(3x-5) = 0$.

Exercice 4

1. Calculer le PGCD de 280 et de 315.
2. Le sol d'une pièce rectangulaire a pour dimensions 280 cm et 315 cm.
   On veut le recouvrir entièrement de dalles carrées identiques dont le côté est un nombre entier de centimètres, sans faire de découpe.
   a. Déterminer la longueur du côté de la plus grande dalle possible.
   b. Combien de dalles faudra-t-il pour recouvrir ainsi toute la pièce.

8. Besançon, Dijon, Lyon, Nancy-Metz, Reims, Strasbourg



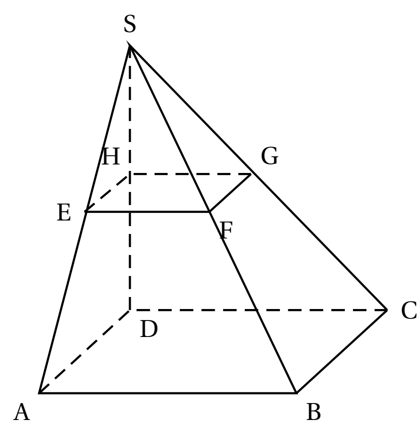
Le schéma ci-dessus n'est pas à l'échelle

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Les deux exercices sont indépendants.

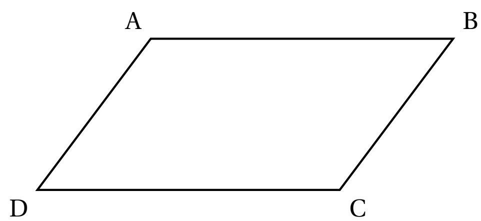
Exercice 1

La figure représente une pyramide SABCD, de base le rectangle ABCD, dont l'arête [SD] est perpendiculaire à la face ABCD.
On donne :
AB = 72 mm, BC = 30 mm et SD = 75 mm.
Cette figure n'est pas en vraie grandeur et elle n'est pas à refaire sur la copie.



1. Calculer l'aire du rectangle ABCD, en mm^2. Calculer le volume de la pyramide SABCD, en mm^3.
2. Calculer SA. Arrondir cette longueur au mm.
   Donner la mesure de l'angle $\widehat{QSD}$ arrondie au degré.
3. On coupe cette pyramide par un plan parallèle à la face ABCD, passant par le point H du segment [SD] situé à 50 mm de S.
   Soit EFGH la section obtenue.
   La pyramide SEFGH est une réduction de la pyramide SABCD.
   a. Calculer le coefficient de réduction sous la forme d'une fraction irréductible.
   b. En déduire l'aire du rectangle EFGH en mm^2 et 1e volume de la pyramide SEFGH en mm^3.

Exercice 2



ABCD un parallélogramme donné.

1. Construire le point E tel que $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DE}$, puis le point F, image de E par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.
2. Quelle est la nature du quadrilatère DCFE? Justifier la réponse.
3. Construire 1e point H tel que $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{CH}$.
4. Montrer que 1e point C est le milieu commun des trois segments [AH], [BE] et [DH].

PROBLÈME **12 points**

Les deux parties sont indépendantes, sauf pour la dernière question du problème.
L'unité choisie, pour tout le problème est le centimètre.

Première partie

1. Résoudre algèbriquement (c'est-à-dire par le calcul) le système :

$$\left\{\begin{array}{lcl} y & = & 2,4x \\ y & = & -0,8x+24 \end{array}\right.$$

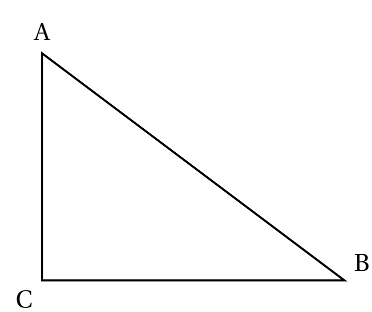
2. On pose : $f(x) = 2,4x$ et $g(x) = -0,8x+24$.
   a. Recopier et compléter le tableau :

x	0	10
$f(x)$		
$g(x)$		

   b. Représenter les deux fonctions f et g, pour x compris entre 0 et 10, sur une feuille de papier millimétré, dans un repère orthonormal (unité 1 cm).
3. Retrouver graphiquement le résultat de la question 1.
   Pour cela, on fera apparaître de façon bien visible sur le graphique les tracés nécessaires ainsi que les coordonnées.

Deuxième partie

ABC est un triangle tel que (en centimètres)
AB = 10, BC = 8 et AC = 6



1. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en C.

2. M est un point quelconque do segment [AB].

   La droite parallèle à la droite (BC) passant par M coupe le segment [AC] en D.

   Trouver deux quotients égaux à $\dfrac{\text{AM}}{\text{AB}}$ (on justifiera la réponse).

3. On pose AM = x (on a donc $0 \leqslant x \leqslant 10$).

   a. Montrer que AD = $0,6x$ et MD = $0,8x$.

   b. Exprimer MB et DC en fonction de x.

4. On veut chercher le point M du segment [AB] tel que les périmètres du triangle ADM et du trapèze BCDM soient égaux ; calculer alors la valeur commune des deux périmètres.

   Répondre à cette question en écrivant un système linéaire de deux équations à deux inconnues et en résolvant celui-ci à l'aide de la première partie du problème.

Brevet - Polynésie septembre 2001

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Tous les exercices sont indépendants.

Exercice 1

1. On donne :
   $A = \frac{1}{5} + \frac{4}{3} \times \frac{7}{5}$.
   Calculer A, en détaillant les calculs, et donner le résultat sous la forme d'une fraction.
2. On donne :
   $B = 2\sqrt{20} - 2\sqrt{5} + \sqrt{45}$.
   Écrire B sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont des nombres entiers et b étant le plus petit possible.

Exercice 2

On donne l'expression $D = (x-3)^2 + (x-3)(x+8)$.

1. Développer et réduire D.
2. Factoriser D.
3. Calculer D pour $x = 4$.
4. Résoudre l'équation $(x-3)(2x+5) = 0$.

Exercice 3

Résoudre le système suivant :

$$\left\{\begin{array}{lcl} 1\,030x + 515y & = & 17\,510 \\ x + y & = & 20 \end{array}\right.$$

Exercice 4

1. Trouver, en indiquant les calculs effectués, le PGCD des nombres 4 539 et 3 471.
2. En déduire la fraction irréductible égale à $\frac{4\,539}{3\,471}$.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

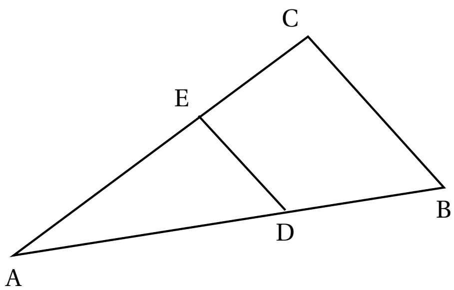
Exercice 1

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O ; I, J) d'unité graphique le centimètre.

1. Placer les points A(−2 ; 1), B(1 ; 4) et C(6 ; −1).
   On complétera la figure au fur et à mesure de l'exercice.
2. Calculer les longueurs AB, AC et BC ; on donnera les valeurs exactes.
3. Démontrer que le triangle ABC est rectangle.
4. Soit M le milieu de [AC]. Calculer les coordonnées du point M.

Exercice 2

Dans cet exercice, l'unité de longueur est le centimètre.



ABC est un triangle rectangle en C.
D est un point du segment [AB].
E est un point du segment [AC].
On donne :
AC = 6 ; BC = 4,5 ; AD = 4 ;
(DE) // (BC).

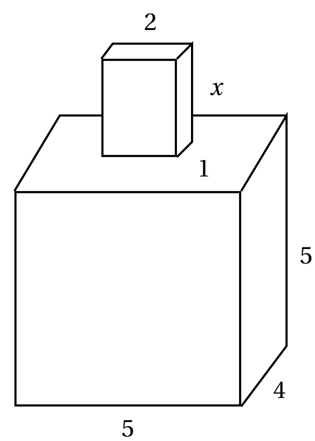
1. Reproduire la figure en grandeur réelle sur votre copie.
2. Prouver que AB=7,5.
3. Calculer AE.
4. **a.** Calculer le cosinus de l'angle $\widehat{A}$.
   b. En déduire la mesure, arrondie au degré, de l'angle $\widehat{A}$.

PROBLÈME **12 points**

Dabs ce problème l'unité de longueur est le centimètre et l'unité de volume est le centimètre cube

Un fabriquant de Monoï veut fabriquer deux flacons de même contenance.

Partie I



On considère le **flacon 1** représenté ci-contre.
Le **flacon 1** est constitué de 2 pavés droits.

1. Calculer le volume du pavé inférieur.
2. Calculer le volume, en fonction de x, du pavé supérieur.
3. On appelle V_1 le volume du flacon 1.
   Montrer que $V_1 = 2x + 100$.

Partie II

On considère le **flacon 2** ci-contre.
On donne :
SO = 11 ; SO′ = 5,5 ; AB = 6
BC = 4 ; EF = 3 ; FG = 2.
Le **flacon 2** (ci-dessus à droite) est constitué de :

— la partie supérieure : un pavé droit.
— la partie inférieure : une pyramide tronquée à base rectangulaire.

Rappel du volume d'une pyramide :
$V = \dfrac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$.

1. On considère la pyramide SABCD de hauteur SO (représentée à côté du flacon 2).
   a. Calculer le volume de la pyramide SABCD.
   b. On coupe la pyramide par un plan parallèle à sa base passant par le point O′ du segment [SO].
   Calculer le volume de la pyramide SEFGH.
   c. Montrer que le volume de la partie inférieure du flacon 2 est égale à 77 cm^3.
2. **a.** Calculer en fonction de x le volume de la partie supérieure du flacon 2.
   b. On appelle V_2 le volume du flacon 2.
   Montrer que $V_2 = 6x + 77$.

Partie III

Dans un repère orthogonal, on prend pour unités :
— un centimètre sur l'axe des abscisses ;
— un millimètre sur l'axe des ordonnées.
On considère les deux fonctions affines f et g définies par :
$f(x) = 2x + 100$ et $g(x) = 6x + 77$.

1. Représenter graphiquement les deux fonctions f et g dans le repère.
2. Lire sur le graphique, la valeur de x pour laquelle f égale g (laisser le trait de construction).
3. Retrouver le résultat précédent par le calcul.
4. Que représente cette valeur de x dans ce problème ?

Brevet des collèges Amérique du Sud novembre 2001

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

1. Soient $A = -\dfrac{7}{9} - \dfrac{2}{9} \times \dfrac{3}{4}$ et $B = \dfrac{4}{3} - 2 \times \dfrac{13+1}{13-1}$.

   Calculer A et B en faisant apparaître les calculs intermédiaires et en présentant les résultats sous formes simplifiées.

2. Soient $C = \left(\sqrt{10}-3\right)\left(\sqrt{10}+3\right)$ et $D = \dfrac{5 \times 10^{-3} \times 12 \times 10^{4}}{3 \times 10 \times 2 \times 10^{-1}}$.

   Montrer par le calcul que C et D sont des nombres entiers.

Exercice 2

1. Soit $E = (x-4)^2 + (x+6)(x-4)$.
   Écrire E sous forme d'un produit de facteurs.
   Résoudre l'équation $2(x-4)(x+1) = 0$.
2. Soit $F = (2x-3)^2 - 2(5-6x)$.
   Développer et réduire l'expression F.
   Calculer F lorsque $x = 2\sqrt{3}$.

Exercice 3

Les résultats d'un contrôle de la vitesse des véhicules dans la rue d'une agglomération ont été consignés dans le tableau ci-dessous ; les vitesses sont regroupées en classes de 10 km/h d'amplitude.

Vitesse en km/h	$20 < v \leqslant 30$	$30 < v \leqslant 40$	$40 < v \leqslant 50$	$50 < v \leqslant 60$	$60 < v \leqslant 70$	$70 < v \leqslant 80$
Nombre de véhicules	26	104	188	108	16	8

1. Quel est le nombre total de véhicules contrôlés ?.
2. Combien de véhicules, roulent à une vitesse supérieure à la limite autorisée de 50 km/h ?
3. Quel est le pourcentage de ces automobilistes, qui roulent à une vitesse supérieure à 50 km/h, se trouvant en infraction ?
4. Calculer la vitesse moyenne des véhicules dans cette rue de l'agglomération. Le résultat sera arrondi à 10^{-1} près.
   Rappelons que la vitesse est un facteur fortement aggravant des accidents de la route.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

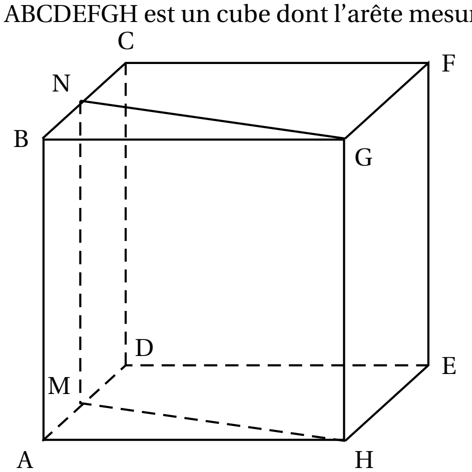
Exercice 1

Dans un repère orthonormal (O, I, J) tel que OI = OJ = 1 cm, on considère les points A(−6 ; 2) et B(5,5 ; 3,5).

1. Calculer OA, OB et AB ; on donnera les valeurs exactes puis les valeurs approchées à 1 mm près.
   En déduire la nature du triangle OAB.
   Calculer, à un degré près, la mesure de l'angle $\widehat{\text{AOB}}$.
2. On considère la rotation de centre O et d'angle 90 ° ; le sens de cette rotation est le sens des aiguilles d'une montre.
   Construire A′OB′ image de AOB par cette rotation.
3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{\text{BOA}'}$; on donnera une valeur arrondie au degré près.

Exercice 2

ABCDEFGH est un cube dont l'arête mesure 8 cm.



1. Calculer le volume V de ce cube et l'aire A de ses faces.
2. Soit M le milieu de [AD] et N le milieu de [BC]. Quel est le nom du solide ABNMHG ?
   Calculer son volume v.
   Donner une valeur simplifiée de la fraction $\dfrac{v}{V}$.
3. On suppose maintenant M sur [AD] et N sur [BC] tels que AM = BN = x.
   Écrire le volume v_x de ABNMHG en fonction de x. Calculer x pour que v_x représente 15 % du volume V du cube ABCDEFCH.

Rappel :
Volume du prisme : aire de la base multipliée par la hauteur.
Volume de la pyramide : aire de la base multipliée par la hauteur et divisée par 3.

PROBLÈME **12 points**

Un opérateur téléphonique propose à ses clients trois formules de facturation mensuelle des communications.

— Formule 1 : 0,75 F la minute.
— Formule 2 : un abonnement fixe de 30 F et 0,25 F par minute.
— Formule 3 : un forfait de 65 F pour 3 h de communications.

Partie I

Calculer le montant des factures des communications selon les trois formules de tarification pour des durées de 35 min, de 1 h 20 min et de 2 h 45 min.
Pour présenter les réponses, recopier et compléter le tableau ci-dessous.

	3 min	1 h 20 min	2 h 45 min
Formule 1			
Formule 2			
Formule 3			

Partie II

Cette partie a pour but de rechercher la formule la plus avantageuse selon la durée des communications téléphoniques comprises entre 0 et 3 heures.

1. Soit x la durée, en minutes, des communications.
Exprimer, en fonction de x, le coût des communications selon les différents tarifs ; on appellera $f_1(x)$ le prix obtenu en appliquant la formule n° 1, $f_2(x)$ en appliquant la formule n° 2, et $f_3(x)$ en appliquant la formule n° 3.

2. Sur une feuille de papier millimétré, on considère un repère orthogonal. L'origine est placée en bas à gauche de la feuille. Sur l'axe horizontal, 1 cm représente 15 min ; sur l'axe vertical, 1 cm représente 10 F.

a. Tracer les représentations graphiques de f_1, f_2 et f_3 en se limitant au cas où $0 \leqslant x \leqslant 180$.

b. Résoudre l'équation $0,75x = 0,25x + 30$.
Résoudre l'inéquation $0,25x + 30 < 65$.

c. Utiliser le graphique de la question a. pour répondre aux questions suivantes :
— Quelle est la formule la plus avantageuse pour une durée de 1 h 30 de communications ?
— Pour quelle durée de communications les formules 1 et 2 ont-elles le même coût ?
— Pour quelles durées de communications la formule 3 est-elle la plus avantageuse ?