Brevet 2002

L'intégrale d'avril 2002 à mars 2003

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus

☙ Brevet Pondichéry avril 2002 ❧

PREMIÈRE PARTIE : Activités numériques 12 points

Exercice 1

$A = (2x-3)(2x+3)-(3x+1)(2x-3)$.

1. Développer puis réduire A.
2. Factoriser A.
3. Résoudre l'équation $(2x-3)(-x+2)=0$.

Exercice 2

$$B = \frac{2-\frac{1}{3}}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} \quad ; \quad C = -\frac{4\times 10^{-3}\times(-5)\times 10^9}{3\times 10^6} \quad ; \quad D = \frac{\left(3+\sqrt{11}\right)^2-6\sqrt{11}}{3}.$$

Montrer, en détaillant les calculs que B = C = D.

Exercice 3

Une personne dispose de 6 euros ; elle peut dépenser cette somme soit en achetant 10 croissants et un cake soit en achetant 4 croissants et deux cakes.
Calculer le prix d'un croissant et celui d'un cake.

Exercice 3

Ce tableau rend compte des moyennes obtenues à un devoir de mathématiques par trois classes d'élèves de 3^{e}.

Classes	3^{e} A	3^{e} B	3^{e} C
Effectifs	22	24	17
Moyennes	10	10,5	12

1. Calculer l'effectif moyen d'une classe de 3^{e}.
2. Calculer la note moyenne obtenue par l'ensemble des élèves de ces trois classes.
3. 19 élèves de 3^{e} A, 17 élèves de 3^{e} B et 16 élèves de 3^{e} C ont obtenu une note supérieure ou égale à 10.
   Calculer à 1 % près, le pourcentage d'élèves de ces trois classes ayant obtenu une note supérieure ou égale à 10.

DEUXIÈME PARTIE : Activités géométriques 12 points

Exercice 1

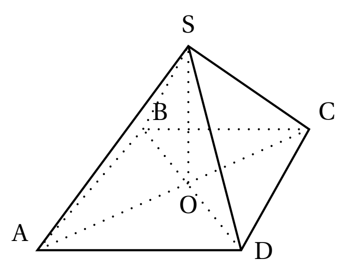
SABCD est une pyramide régulière dont la base carrée a un côté de mesure 2 cm. La hauteur SO est variable, elle est notée x (en cm).

1. Calculer le volume de cette pyramide pour $x = 6$ cm.

2. Dans cette question, x varie entre 0 et 10 cm.

a. Démontrer que le volume de la pyramide en fonction de x est $V(x) = \frac{4}{3}x$.

b. Tracer la représentation graphique de la fonction $V : x \longmapsto \frac{4}{3}x$.



c. Par lecture graphique et en laissant apparents les tracés effectués, dire quel est le volume de la pyramide si $x = 3$ cm puis donner la hauteur de la pyramide pour laquelle son volume est égal à 10 cm^3.

Exercice 2

1. Tracer un demi-cercle ($\mathscr{C}$) de centre O, de diamètre [AB] tel que AB = 6 cm. Placer M sur ($\mathscr{C}$) tel que BM = 3,6 cm.
2. Justifier la nature du triangle AMB puis calculer AM.
3. Calculer $\sin\widehat{\text{MBA}}$ puis en déduire la mesure de $\widehat{\text{MBA}}$ arrondie au degré.
4. P est le point de (AB) tel que PA = 4,5 cm.
   La parallèle (MB) passant par P coupe [AM] en R.
   Calculer AR et RP.
5. K est le point de [BM] tel que BK = 0,9 cm.
   Montrer que les droites (PK) et (AM) sont parallèles.

TROISIÈME PARTIE Problème 12 points

1. Dans un repère orthonormé (O, I, J) placer les points suivants :

$$\text{A}(-1\,;\,1),\quad \text{B}(3\,;\,3),\quad \text{C}(5\,;\,-1)\quad \text{et}\quad \text{D}(1\,;-3).$$

   L'unité est le centimètre.
2. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{\text{AB}}$ et $\overrightarrow{\text{DC}}$.
   En déduire la nature du quadrilatère ABCD.
3. Calculer la distance BC.
4. On admet que $\text{AB} = 2\sqrt{5}$ et $\text{AC} = 2\sqrt{10}$.
   a. Montrer que ABC est un triangle isocèle et rectangle.
   b. Préciser alors, en justifiant la réponse, la nature du quadrilatère ABCD.
5. Soit M le milieu de [AC].
   Placer le point E tel que $\overrightarrow{\text{AE}} = \overrightarrow{\text{AM}} + \overrightarrow{\text{AB}}$.
6. Sans justification, répondre aux questions suivantes :
   a. Quelle est l'image de BMC par la symétrie de centre M ?
   b. Quelle est l'image de AMB par la symétrie d'axe BM ?
   c. Quelle est l'image de AMB par la rotation de centre M, d'angle 90 ° et dans le sens contraire des aiguilles d'une montre ?
   d. Tracer et colorier l'image de AMB par la translation de vecteur $\overrightarrow{\text{AB}}$.

Brevet - Afrique de l'Ouest juin 2002

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

1. On donne : A= $\dfrac{2}{3} - \dfrac{5}{3} \times \dfrac{21}{15}$.
   Écrire A sous la forme d'une fraction irréductible en indiquant les étapes intermédiaires du calcul.
2. En utilisant la calculatrice ou non, écrire

$$B = \frac{3,2 \times 10^{-3} \times 5 \times \left(10^2\right)^3}{4 \times 10^{-2}}$$

   sous la forme d'un nombre en écriture scientifique.
3. Montrer que $C = \left(2+\sqrt{3}\right)^2 + \left(1-2\sqrt{3}\right)^2$ est un nombre entier.

Exercice 2

On donne $D = (4x+1)(x-3)-(x-3)^2$.

1. Factoriser D.
2. Résoudre l'équation $(x-3)(3x+4)=0$.

Exercice 3

1. Résoudre le système suivant :

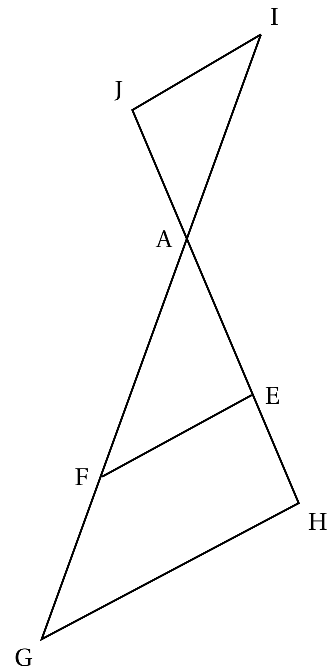
$$\left\{\begin{array}{lcr} 2x+3y & = & 17 \\ x-y & = & 1 \end{array}\right.$$

2. Un classeur coûte 1 € de plus qu'un cahier. Le prix de deux classeurs et de trois cahiers est 17 €. Quel est le prix d'un classeur et celui d'un cahier ?

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1

On considère la figure ci-contre. (la figure n'est pas à l'échelle.)



1. Les droites (IG) et (JH) se coupent en un point A.
   Le point E est sur (JH) et le point *F* est sur (IG).
   Les droites (EF) et (HG) sont parallèles.
   On a :
   AE = 3 cm ; AF = 4 cm ;
   AH = 7 cm ; EF = 6 cm.
   Calculer les longueurs AG et HG en justifiant la démarche utilisée.
   Donner les résultats sous la forme d'un nombre entier ou d'une fraction irréductible.
2. On a : AI = 6 cm et AJ = 4,5 cm.
   Les droites (IJ) et (EF) sont-elles parallèles ?
   Justifier la démarche utilisée.

Exercice 2

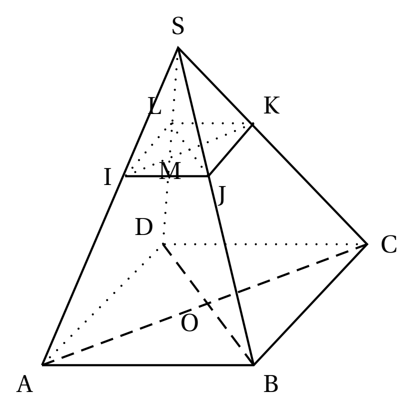
Un triangle ABD rectangle en B est tel que AB = 9 cm et l'angle $\widehat{\text{BAD}} = 40$ °.

1. Tracer ce triangle.
2. Calculer la longueur BD en justifiant la démarche utilisée ; on en donnera une valeur arrondie au millimètre.
3. Construire le cercle ($\mathscr{C}$) circonscrit au triangle ABD (*aucune justification n'est attendue pour cette construction*) ; on précisera la position du centre I de ce cercle.
4. Tracer la bissectrice de l'angle $\widehat{\text{BAD}}$. Elle coupe le cercle ($\mathscr{C}$) en S ; placer le point S sur la figure.
5. Déterminer la mesure exacte de l'angle $\widehat{\text{SIB}}$ en justifiant la démarche utilisée.

PROBLÈME **12 points**

Les deux parties peuvent être traitées de manière indépendante.

Un artisan fabrique des boîtes en forme de tronc de pyramide pour un confiseur.
Pour cela, il considère une pyramide régulière SABCD à base carrée où O est le centre du carré ABCD.
On a : OA = 12 cm et SA = 20 cm.



Partie I

1. Préciser la nature du triangle AOS et montrer que SO = 16 cm.
2. L'artisan coupe cette pyramide SABCD par un plan parallèle à la base tel que SM = 2 cm où M est le centre de la section IJKL ainsi obtenue.
   a. Calculer le coefficient de réduction transformant la pyramide SABCD en la pyramide SIJKL.
   b. En déduire la longueur SI puis la longueur IA.

Partie II

L'artisan fabrique donc des boîtes sur le modèle du tronc de pyramide ABCDIJKL.
Le confiseur vend ces boîtes remplies de bonbons et de chocolats à une grande surface.
Deux tarifs sont proposés au choix :
— **Tarif A** : 2 € la boîte tous frais compris.
— **Tarif B** : 300 € de frais quel que soit le nombre de boîtes achetées et la boîte est vendue 1,5 €.

1. Le nombre de boîtes achetées par la grande surface est noté x.
   a. On note S_{A} la somme à payer pour l'achat de x boîtes au tarif A.
   Exprimer S_{A}en fonction de x.
   b. On note S_{A} la somme à payer pour l'achat de x boîtes au tarif B.
   Exprimer S_{A} en fonction de x.
2. Sur une feuille de papier millimétré, tracer un repère orthogonal (O, I, J).
   Les unités choisies sont :
   — en abscisses : $1cm$ pour 100 boîtes ;
   — en ordonnées : $1cm$ pour 100 € ;

   Dans ce repère, tracer les droites (d) et (d') suivantes :
   (d) représentative de la fonction $f : x \longmapsto 2x$
   (d') représentative de la fonction $g : x \longmapsto 1,5x + 300$
3. En utilisant le graphique précédent, déterminer la formule la plus avantageuse pour la grande surface dans les deux cas suivants :
   a. pour l'achat de 500 boîtes ;
   b. pour l'achat de 700 boîtes.
4. On voudrait savoir à partir de quel nombre de boîtes achetées le tarif B devient plus avantageux pour la grande surface que le tarif A.
   Déterminer ce nombre à l'aide de la résolution d'une équation.

Brevet - Aix - Marseille juin 2002

Activités numériques 12 points

Exercice 1

On considère la fraction $\dfrac{170}{578}$.

1. Montrer que cette fraction n'est pas irréductible.
2. Déterminer le PGCD des nombres 170 et 578 (faire apparaître les différentes étapes).
3. Écrire la fraction $\dfrac{170}{578}$ sous forme irréductible.

Exercice 2

Soit $C = (x-1)(2x+3)+(x-1)^2$

1. Développer l'expression C et montrer qu'elle est égale à $3x^2 - x - 2$.
2. Calculer la valeur de C pour $x = \sqrt{2}$ et la mettre sous la forme $a - \sqrt{2}$ où a est un nombre entier.
3. Factoriser l'expression C.
4. Résoudre l'équation :

$$(x-1)(3x+2) = 0$$

Exercice 3

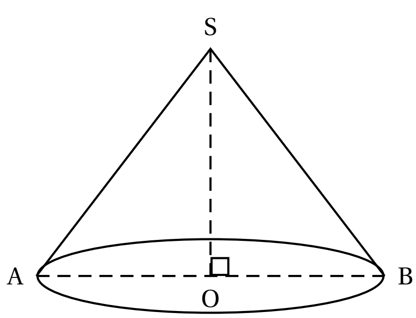
1. Résoudre le système suivant

$$\left\{\begin{array}{rcr} 2x+3y & = & 30 \\ x-y & = & 5 \end{array}\right.$$

2. Le CDI d'un collège a acheté 2 exemplaires d'une même bande dessinée et 3 exemplaires d'un même livre de poche pour la somme de 30 euros.
   Une bande dessinée coûte 5 euros de plus qu'un livre de poche.
   Quel est le prix d'une bande dessinée ? Quel est le prix d'un livre de poche ?

Activités géométriques 12 points

Exercice 1

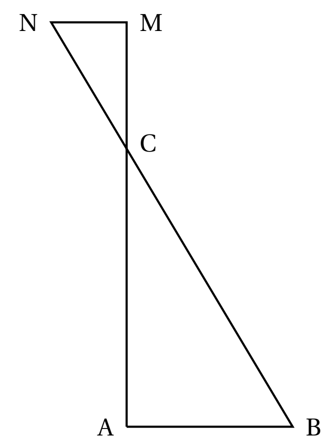


Un cône de révolution a pour sommet le point S. Sa base est un disque de centre O et de rayon 4 cm. Sa hauteur [SO] est telle que SO = 2,8 cm.

1. Déterminer l'arrondi au degré de l'angle $\widehat{\text{OSB}}$.
2. Déterminer le volume de ce cône et donner son arrondi au cm^3.

Exercice 2

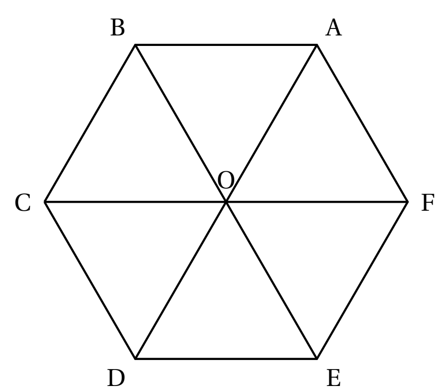
On considère la figure ci-contre.
Cette figure n'est pas en vraie grandeur et n'est pas à reproduire.
Elle est fournie pour préciser la position des points.
L'unité est le centimètre.



1. Le triangle ABC est rectangle en A. AB = 5, BC = 13.
   Démontrer que AC = 12.
2. Les points A, C, M sont alignés. Les points B, C, N sont alignés. CM = 2,4 et CN = 2,6.
   Démontrer que les droites (AB) et (MN) sont parallèles.
   Calculer la longueur MN.
3. Préciser la nature du triangle CMN ; justifier la réponse sans effectuer de calcul.

Exercice 3

On considère l'hexagone régulier ABCDEF ci-contre de centre O (l'hexagone n'est pas à reproduire).
On demande de déterminer l'image du triangle BCO par :



1. la translation de vecteur $\overrightarrow{AF}$;
2. la symétrie d'axe (BE) ;
3. la rotation de centre O et d'angle 60° dans le sens contraire des aiguilles d'une montre.

Pour répondre, on complètera les trois phrases figurant dans l'annexe .

Problème 12 points

Les parties A, B et C sont indépendantes.
En octobre 2001, un groupe de 15 amis a participé à un semi-marathon (une course à pied de 21 km). Le diagramme en bâtons ci-dessous précise les résultats du groupe. Il indique par exemple que 4 de ces amis ont couru ce semi-marathon en 105 minutes.

Partie A

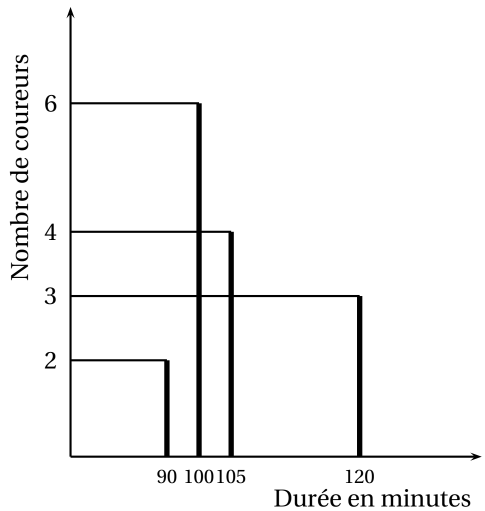
1. Compléter le tableau de l'annexe.
2. On a défini ci-dessus la série statistique donnant la durée de la course des coureurs.

   À l'aide du diagramme en bâtons ou du tableau complété en annexe :

   a. Calculer son étendue.

   b. Déterminer sa médiane.

   c. Calculer sa moyenne.



Partie B

Fabien, l'un des participants, a parcouru les 21 km à la vitesse constante de 12 km par heure.

1. Déterminer en minutes la durée de la course de Fabien.
2. On s'intéresse à la distance en km séparant Fabien de la ligne d'arrivée après x minutes de course ($0 \leqslant x \leqslant 105$).

   On note $f(x)$ cette distance et on admet que $f(x) = 21 - 0,2x$.

   Ainsi $f(10) = 19$ indique qu'après 10 minutes de course Fabien est à 19 km de la ligne d'arrivée.

   Dans le repère orthogonal de l'annexe, tracer la représentation graphique de la fonction affine f définie par $f(x) = 21 - 0,2x$.
3. Par lecture graphique (laisser visible les tracés utiles), déterminer :

   a. La distance en kilomètres séparant Fabien de l'arrivée après 30 minutes de course.

   b. La durée en minutes écoulée depuis le départ lorsque Fabien est à 7 km de l'arrivée.
4. Résoudre l'équation : $21 - 0,2x = 17$.
5. Que représente pour le problème la solution de cette équation ?

Partie C

On suppose dans cette partie que :
Les 9 premiers kilomètres sont en montée, les 12 autres sont en descente.
Laurent à parcouru :
les 9 premiers kilomètres en 40 minutes, Les 12 derniers kilomètres en 50 minutes.

1. Calculer en km par heure la vitesse moyenne de Laurent en montée.
2. Calculer en km par heure la vitesse moyenne de Laurent en descente.
3. Calculer en km par heure la vitesse moyenne de Laurent sur le parcours total.

ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE

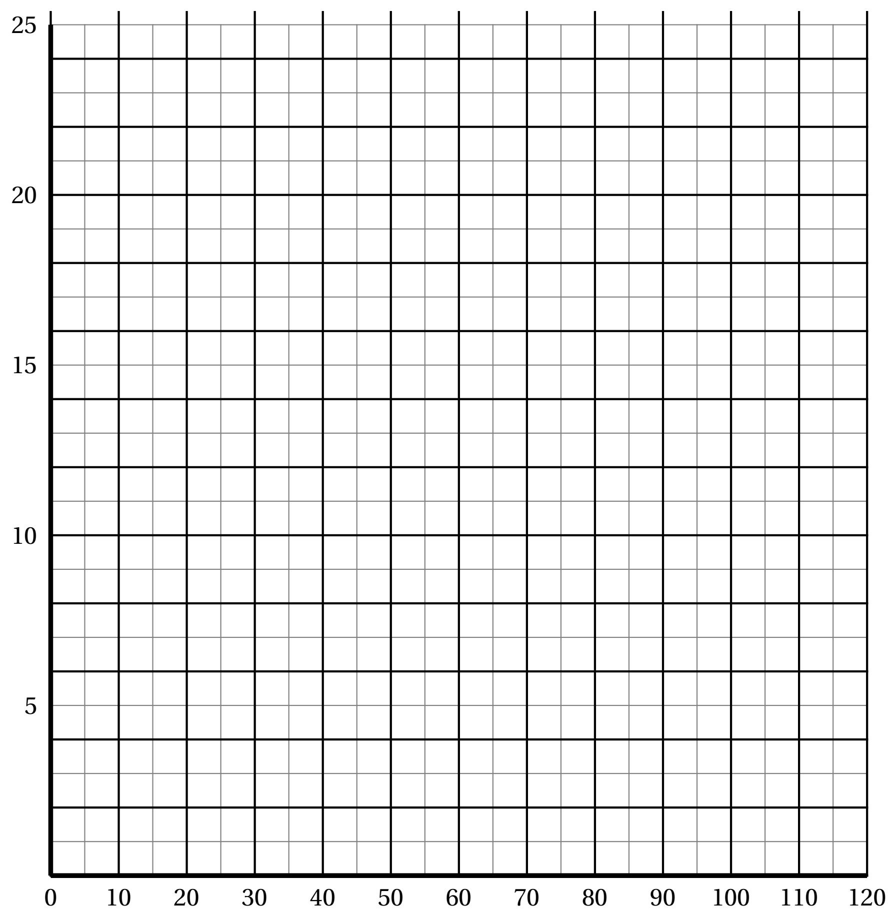
ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES - EXERCICE 3

1. L'image du triangle BCO par la translation de vecteur $\overrightarrow{AF}$ est ......
2. L'image du triangle BCO par la symétrie d'axe (BE) est ......
3. L'image du triangle BCO par la rotation de centre O et d'angle 60° dans le sens contraire des aiguilles d'une montre est ......

PROBLÈME - PARTIE A - 1.

Durée en minutes	90	100	105	120
Effectifs (nombre de coureurs)			4	

PROBLÈME - PARTIE B - 2. et 3.



Brevet des collèges Amérique du Nord juin 2002

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

1. Calculer les nombres A et B. Écrire les étapes et donner les résultats sous forme de fractions irréductibles.

$$\mathrm{A} = \frac{7}{9} \div \left(\frac{1}{3} - 2\right) \qquad \mathrm{B} = \frac{7 \times \left(7^{-2}\right)^{-4}}{7^{11}}$$

2. On donne $\mathrm{C} = 3\sqrt{54} - 7\sqrt{6} - \sqrt{2} \times \sqrt{12}$.
Montrer que C est un nombre entier.

Exercice 2

Soit $D = (3x+5)(2-x) - (2-x)^2$.

1. Développer puis réduire D.
2. Factoriser D.
3. Résoudre $(2-x)(4x+3) = 0$.

Exercice 3

En l'an 200, le nombre de voitures vendues en France a été de 2 134 milliers, répartis de la façon suivante :

- 602 milliers de Renault ;
- 262 milliers de Citroën ;
- 398 milliers de Peugeot ;
- et des voitures de marques étrangères.

1. Quelle est la fréquence des ventes, exprimée en pourcentage et arrondie à 1 %, pour les voitures de marques étrangères ?
2. Dans le total des ventes de voitures françaises, quel pourcentage représentent les voitures Renault ?

Exercice 3

1. Résoudre le système suivant :

$$\left\{\begin{array}{lcl} x - y & = & 24 \\ x - 3y & = & 16 \end{array}\right.$$

2. La différence de deux nombres est 24. Quels sont ces deux nombres sachant que si on augmente l'un et l'autre de 8, on obtient deux nouveaux nombres dont le plus grand est le triple du plus petit ?

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

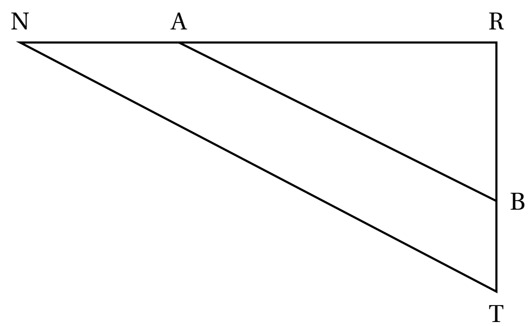
Exercice 1 :

Tracer un carré RIEN de côté 5 cm.

1. Construire le point P image de I par la translation de vecteur $\overrightarrow{RE}$.
2. Sans utiliser d'autres points que ceux de la figure, recopier et compléter les égalités suivantes :

$$\overrightarrow{RE} + \overrightarrow{EI} = \dots \quad ; \quad \overrightarrow{NR} + \overrightarrow{IP} = \dots \quad ; \quad \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{RI} = \dots$$

Exercice 2 :

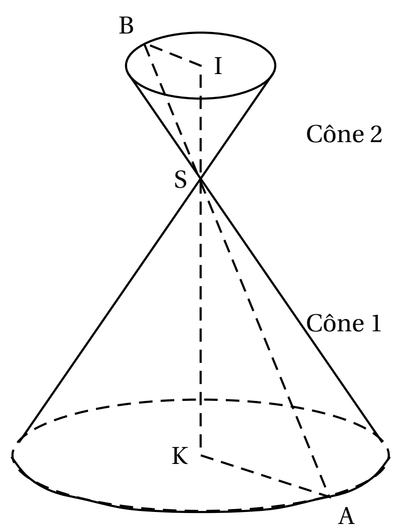


Sur ce dessin, les dimensions ne sont pas respectées.
On considère un triangle RNT rectangle en R tel que :
NR = 9 cm ; AR = 6 cm ;
NT = 10,2 cm BT = 1,6 cm.

1. Calculer la valeur de RT.
2. En considérant que RT = 4,8 cm, démontrer que les droites (AB) et (NT) sont parallèles.
3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{RNT}$; en donner la valeur arrondie au degré près.

Exercice 3 :

Les deux cônes de révolution de rayons KA et IB, sont opposés par le sommet.
Les droites (AB) et (KI) se coupent en S, et de plus (BI) et (KA) sont parallèles.
On donne : KA = 4,5 cm, KS = 6 cm et SI = 4 cm.



1. Calculer BI.
2. Calculer le volume V_1 du cône 1 (Donner la valeur exacte puis la valeur arrondie au cm^3).
3. Le cône 2 est une réduction du cône 1.
   Quel est le coefficient de réduction ? Par quel nombre exact faut-il multiplier V_1, volume du cône 1, pour obtenir directement le volume V_2 du cône 2 ?

PROBLÈME **12 points**

Les parties 1 et 2 sont indépendantes

Partie 1

Par lecture graphique (voir feuille annexe). Dans le repère orthonormal (O,I,J) d'unité le centimètre.

1. **a.** On considère la fonction f : $x \mapsto 2x$. De quel type de fonction s'agit-il ?

   b. Vérifier que (Δ_1) est la représentation graphique de cette fonction. Justifier.

2. Pour la droite (Δ_2), lire et répondre sur la copie.

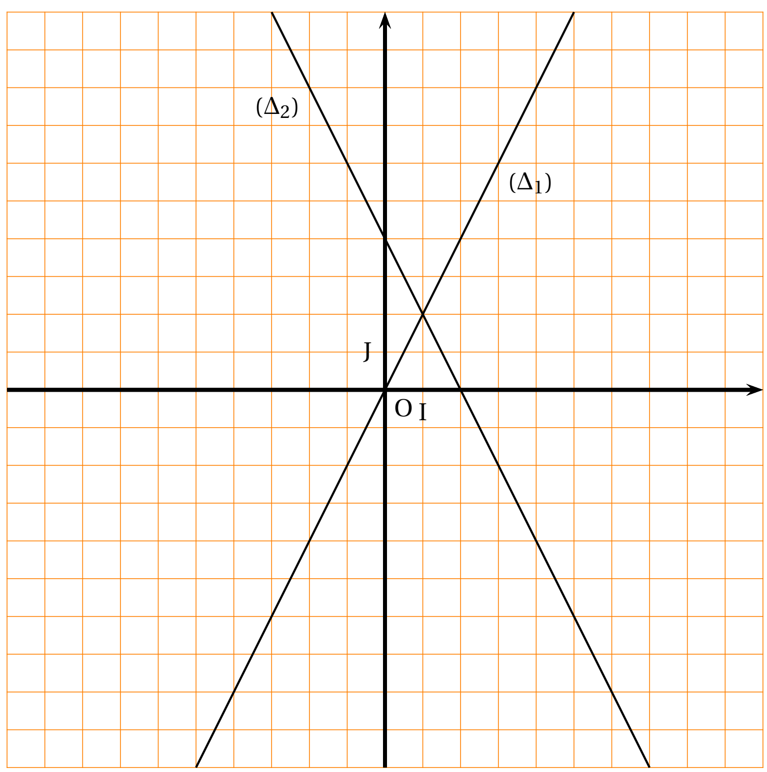
   a. Les coordonnées du point A, intersection de (Δ_2) avec l'axe des abscisses.

   b. Les coordonnées du point B, intersection de (Δ_2) avec l'axe des ordonnées.

   c. Donner la fonction affine g dont (Δ_2) est la représentation graphique.

   d. Dessiner en pointillés dans le repère les traits de constructions permettant de donner les réponses suivantes :

$$\left\{\begin{array}{lcl} g(3) & = & \dots \\ g(x) & = & 4 \text{ pour } x = \dots \end{array}\right.$$



Partie 2

Dans le repère orthonormal (O, I, J) d'unité le centimètre.

1. **a.** Placer les points R(−7 ; −2), F(−5 ; 2) et V(−3 ; −4).

   b. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{RF}$.

c. Vérifier que RF $= 2\sqrt{5}$.

d. On donne RV $= \sqrt{20}$ et VF $= 2\sqrt{20}$. Prouver que le triangle RFV est **rectangle isocèle**.

2. Calculer les coordonnées du point K milieu de [FV].

3. a. Déterminer par son centre et son rayon le cercle $(\mathscr{C})$ circonscrit au triangle RFV. Justifier puis tracer $(\mathscr{C})$.

b. Placer le point N symétrique de R par rapport à K. Démontrer que le quadrilatère RFNV est un carré.

c. Donner les valeurs exactes du périmètre et de l'aire de RFNV.

4. Sachant que le point P$(-3~;~2)$ est sur le cercle $(\mathscr{C})$, tracer l'angle $\widehat{\text{RPV}}$ et prouver que sa mesure est 45°.

Brevet - Antilles-Guyane juin 2002

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée

Activités numériques **12 points**

Exercice 1

a. Calculer A et B en écrivant les détails des calculs :

$$A = \frac{4}{5} - 2 \times \frac{6}{5} \qquad B = \left(2\sqrt{2}\right)^2 - 2\sqrt{9}.$$

b. Donner l'écriture scientifique de C :

$$C = \frac{\left(3,5 \times 10^{-11} \times 2 \times 10^{8}\right)}{\left(0,2 \times 10^{-9}\right)}.$$

Exercice 2

Résoudre l'inéquation suivante :

$$4x - (x+1) < 8x.$$

Représenter les solutions sur une droite graduée. (On hachurera la partie qui n'est pas solution).

Exercice 3

Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} 2x + y &= 2 \\ 3x + 2y &= 1 \end{cases}$$

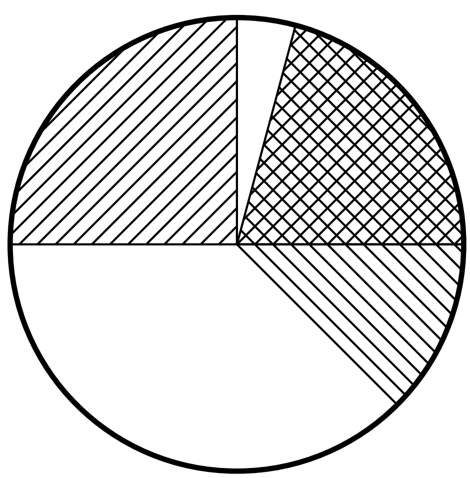
Exercice 4

Une entreprise a dépensé en tout 14 400 € en 2001 pour l'entretien de ses voitures.

1. Compléter le tableau ci-dessous :

Marque de voitures	A	B	C	D	E
Nombre de voitures	2	3	3	4	8
Dépense par voiture	300 €	1 000 €		1 350 €	450 €
Dépenses totales					

2. Calculer la dépense moyenne pour l'entretien d'une voiture.
3. Les dépenses totales d'entretien ont été représentées dans le diagramme circulaire ci-dessous, mais la légende a été effacée.

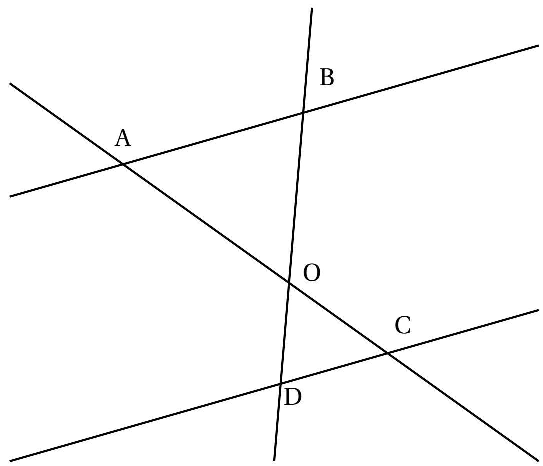


Rétablir cette légende.

Activités géométriques 12 points

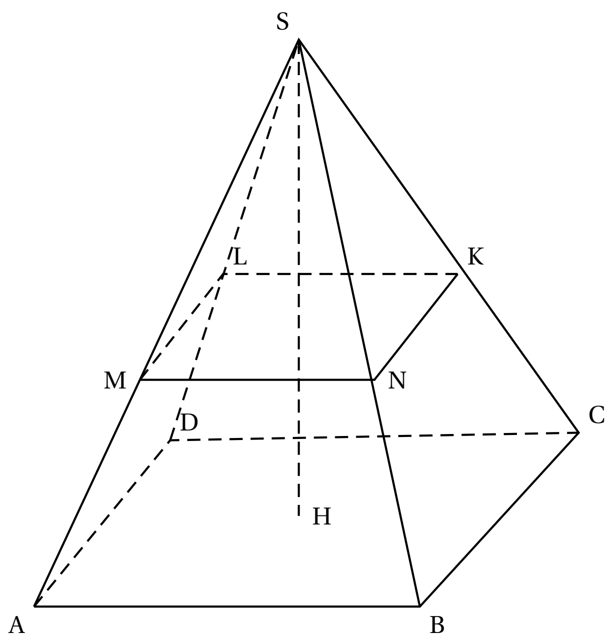
Exercice 1

Sur cette figure, on a les longueurs suivantes OA = 7,5cm ; OB = 4 cm ; OC = 3 cm et OD = 1,6 cm.



1. Montrer que les droites (DC) et (AB) sont parallèles.
2. Sachant que DC = 5 cm, calculer AB.

Exercice 2
SABCD est une pyramide. Sa hauteur [SH] mesure 9 cm et l'aire de sa base est 20,25 cm^2.



1. Calculer le volume de cette pyramide.

2. En réalisant une section plane parallèle à la base de la pyramide, on obtient une pyramide SMNKL. De plus, on sait que SM = $\frac{2}{3}$SA.
   Calculer le volume de la pyramide SMNKL.

Exercice 3

Le plan est muni d'un repère orthonormal (O, I, J). L'unité est le centimètre.

1. Placer les points A(-1 ; 0), B(1 ; 2) et C(3 ; -4).
2. Montrer que AB = $\sqrt{8}$, AC = $\sqrt{32}$ et BC = $\sqrt{40}$.
3. En déduire que le triangle ABC est rectangle et préciser l'angle droit.
4. Placer le point D tel que $\overrightarrow{\text{AB}} = \overrightarrow{\text{CD}}$.
5. Quelle est la nature du quadrilatère CDBA? Justifier la réponse.

Problème 12 points

Pour le paiement de la garderie dans une école, on propose deux formules :
- Formule A : on paie 40 € pour devenir adhérent pour l'année scolaire puis on paye 10 € par mois de garderie.
- Formule B : pour les non adhérents, on paye 18 € par mois.

1. Pour chacune des formules, calculer le prix payé pour 10 mois de garderie.
2. On appelle x le nombre de mois de garderie.
   On note y_{A} le prix payé avec la formule A et y_{B} le prix payé avec la formule B.
   Exprimer y_{A} puis y_{B} en fonction de x.
3. Représenter graphiquement les fonctions suivantes dans un même repèère :
   $$x \mapsto y_{\text{A}} = 10x + 40 \qquad ; \qquad x \mapsto y_{\text{B}} = 18x.$$
   L'origine du repèère sera placée en bas et gauche de la feuille de papier millimétré.
   On prendra 1 cm pour 1 mois en abscisse.
   On prendra 1 cm pour 10 € en ordonnée.
4. **a.** À partir du graphique, déterminer le nombre de mois pour lequel les prix à payer sont les mêmes.
   b. Retrouver ce résultat par le calcul.
5. À partir du graphique, déterminer la formule la plus avantageuse si on ne paie que 4 mois dans l'année.
6. On dispose d'un budget de 113 €. Combien de mois de garderie au maximum pourra-t-on payer si l'on choisit la formule A?

∽ Brevet - Asie du Sud-Est juin 2002 ∾

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

Calculer et donner les résultats :
— sous forme de fraction irréductible pour Q;
— en écriture scientifique pour S.

$$Q = \frac{2 \times \frac{3}{7}}{\frac{5}{3} - 1} \qquad S = \frac{2 \times 10^{-5} \times 1,2 \times 10^{2}}{3 \times 10^{-7}}$$

Exercice 2

1. Ecrire sous la forme $a\sqrt{7}$ avec a entier :

$$R = \sqrt{63} + 3\sqrt{28} - \sqrt{700}.$$

2. Montrer, par un calcul, que le nombre U est un entier :

$$U = \left(2 - \sqrt{3}\right) \times \left(2 + \sqrt{3}\right).$$

3. Déterminer avec votre calculatrice des valeurs approchées (arrondies au millième) des nombres :

$$5 - 4\sqrt{2} \quad et \quad \frac{1}{\sqrt{5} - 2}$$

Exercice 3

On considère les expressions :

$$E = 4x(x+3) \quad \text{et} \quad F = x^2 + 6x + 9.$$

1. Résoudre l'équation $E = 0$.

2. **a.** Calculer la valeur de F pour $x = -2$.

b. Vérifier que $F = (x+3)^2$.

3. **a.** Développer E.

b. Réduire $E - F$.

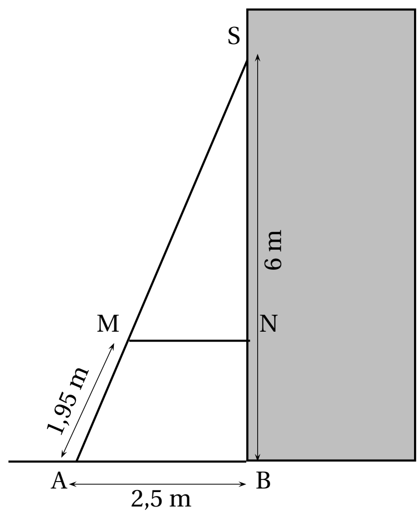
c. Factoriser $E + F$.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1

Pour consolider un bâtiment, on a construit un contrefort en bois (dessin ci-contre).
On donne :
BS = 6 m ; BN = 1,8 m ;
AM = 1,95 m ; AB = 2,5m.

1. En considérant que le montant [BS] est perpendiculaire au sol, calculer la longueur AS.
2. Calculer les longueurs SM et SN.
3. Démontrer que la traverse [MN] est bien parallèle au sol.



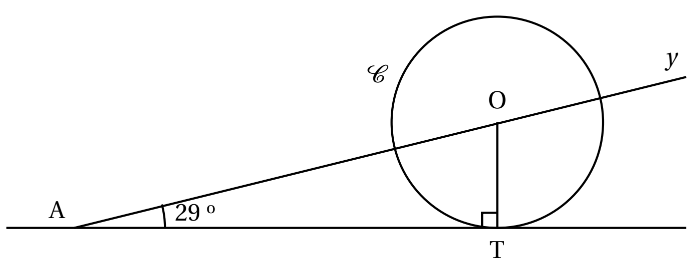
Exercice 2

Soit [IJ] un segment et M un point du cercle de diamètre [IJ]. Faire une figure.

1. Que dire de l'angle $\widehat{\text{IMJ}}$? Justifier.
2. Construire le point K tel que $\overrightarrow{\text{MK}} = \overrightarrow{\text{IM}}$.
3. Construire le point L tel que $\overrightarrow{\text{JL}} = \overrightarrow{\text{JI}} + \overrightarrow{\text{JK}}$.
4. Déterminer la nature du quadrilatère IJKL.

Exercice 3

La figure n'est pas à l'échelle



On considère le cercle ($\mathscr{C}$) de centre O, point de la demi-droite [Ay). La demi-droite [Ax) est tangente à ($\mathscr{C}$) en T. On donne AT = 9 cm.

1. Calculer une valeur approchée au millimètre près du rayon du cercle ($\mathscr{C}$).
2. A quelle distance de A faut-il placer un point B sur [AT] pour que l'angle $\widehat{\text{OBT}}$ mesure 30° ? (Donner une valeur approchée arrondie au millimètre.)

PROBLÈME **12 points**

Partie A

1. **a.** Construire un triangle EFG, de base [FG] et tel que :

EF = 5,4 cm ; EG = 7,2 cm ; FG = 9 cm.

b. Soit M le point du segment EF] tel que EM = $\dfrac{2}{3} \times$ EF.
Calculer la longueur EM puis placer le point M.

c. Par M on mène la parallèle à la base [FG] ; elle coupe le côté [EG] en N.
Compléter la figure.
Calculer EN.

2. a. Démontrer que le triangle EFG est rectangle en E.

b. En déduire l'aire du triangle EMN.

Partie B

Dans cette partie le point M n'est plus fixe mais **mobile** sur le segment [EF].
On pose EM = x et ce nombre x représente alors une **longueur variable**.
(Il n'est pas demandé de nouvelle figure.)

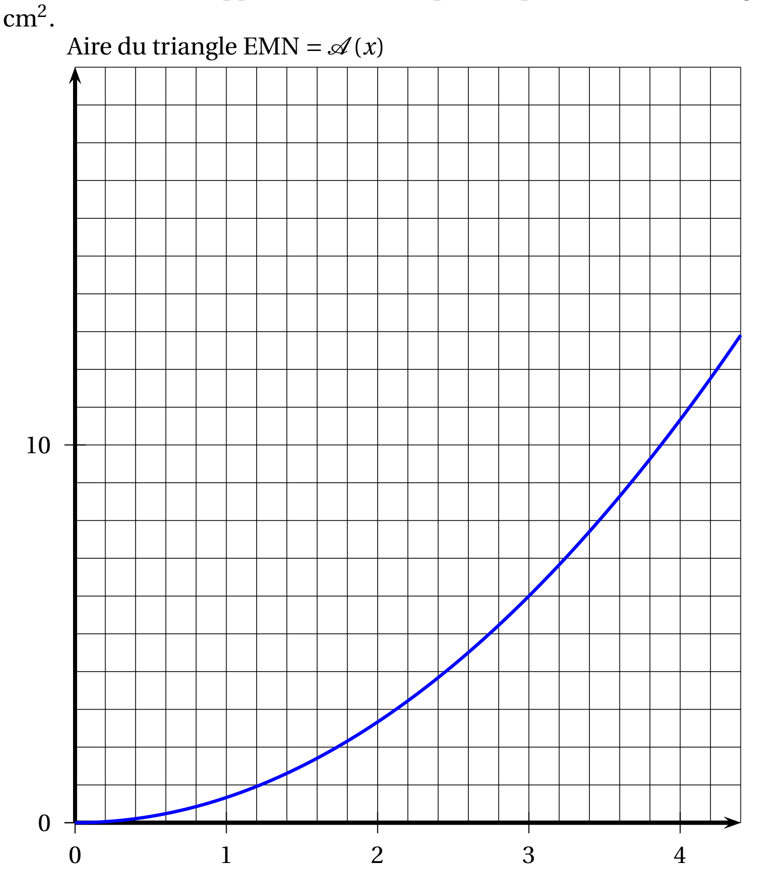
1. a. Entre quelles valeurs extrêmes peut varier le nombre x? Soit N le point de [EG] défini comme dans la partie A.
Exprimer la longueur EN en fonction de x.

b. Montrer que l'aire $\mathscr{A}(x)$ du triangle EMN est : $\mathscr{A}(x) = \dfrac{2}{3}x^2$.
Sur le graphique ci-après, on a porté la longueur x en abscisses et l'aire $\mathscr{A}(x)$ du triangle EMN en ordonnée. **Ce graphique est à compléter**.

2. Après avoir effectué les tracés nécessaires sur le graphique :

a. Lire une valeur approchée de l'aire du triangle EMN lorsque $x = 3,5c$ m.

b. Déterminer la valeur approximative de x pour laquelle l'aire du triangle EMN est égale à 12 cm^2.



∽ Brevet - Bordeaux juin 2002 ∾

Activités numériques 12 points

Exercice 1

1. Développer et réduire l'expression P =$(x+12)(x+2)$.
2. Factoriser l'expression : Q = $(x+7)^2-25$.
3. ABC est un triangle rectangle en A ; x désigne un nombre positif ; BC = $x+7$; AB = 5.
   Faire un schéma et montrer que : $AC^2 = x^2+14x+24$.

Exercice 2

Résoudre chacune des deux équations

$$3(5+3x)-(x-3)=0 \qquad ; \qquad 3(5+3x)(x-3)=0.$$

Exercice 3

Sur la couverture d'un livre de géométrie sont dessinées des figures ; celles-ci sont des triangles ou des rectangles qui n'ont aucun sommet commun.

1. Combien de sommets compterait-on s'il y avait 4 triangles et 6 rectangles, soit 10 figures en tout ?
2. En fait, 18 figures sont dessinées et on peut compter 65 sommets en tout. Combien y a t-il de triangles et de rectangles sur cette couverture de livre ?

Exercice 4

En indiquant les calculs intermédiaires, écrire A sous la forme d'un nombre entier et B sous la forme $a\sqrt{3}$ (avec a entier).

$$A=\left(3\sqrt{2}-1\right)\left(\sqrt{2}+1\right)-2\sqrt{2}$$

$$B=5\sqrt{27}+\sqrt{75}.$$

Activités géométriques 11 points

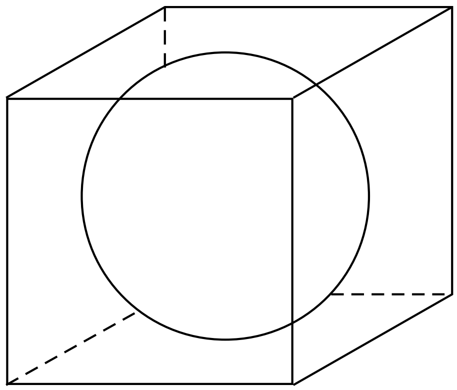
Exercice 1

Pour traiter cet exercice, utiliser du papier millimétré.
Le plan est muni d'un repère orthonormal (0, I, J). L'unité de longueur est le centimètre.

1. **a.** Placer les points : A(3 ; −5) et B(−2 ; 5).
   b. Donner les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$. (Aucune justification n'est demandée.)
   c. Calculer la valeur exacte de la longueur AB.
2. **a.** Placer le point C(−2 ; −4) et le point D, image du point C par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.
   b. Quelles sont les coordonnées du point D ? (aucune justification n'est demandée).
   c. Quelle est la nature du quadrilatère ABDC et quelles sont les coordonnées du point M intersection des droites (AD) et (BC) ? (Justifier ces deux réponses).

Exercice 2

Dans une boîte cubique dont l'arête mesure 7 cm, on place une boule de 7 cm de diamètre (voir le schéma).



Le volume de la boule correspond à un certain pourcentage du volume de la boîte. On appelle ce pourcentage « taux de remplissage de la boîte ».

Calculer ce taux de remplissage de la boîte. Arrondir ce pourcentage à l'entier le plus proche.

Exercice 3

[AC] et [EF] sont deux segments sécants en B. On connaît AB = 6 cm et BC = 10 cm ; EB = 4,8 cm et BF = 8 cm.

1. Faire un dessin en vraie grandeur.
2. Les droites (AE) et (FC) sont-elles parallèles ? Justifier.
3. Les droites (AF) et (EC) sont-elles parallèles ? Justifier.

Questions enchaînées 12 points

Construire un triangle MNP tel que

$$\text{PN} = 13 \text{ cm} \ ; \qquad \text{PM} = 5 \text{ cm} \ ; \qquad \text{MN} = 12 \text{ cm.}$$

Partie A

1. Prouver que ce triangle MNP est rectangle en M.
2. Calculer son périmètre et son aire.
3. Tracer le cercle circonscrit au triangle MNP ; préciser la position de son centre O et la mesure de son rayon.
4. Calculer la tangente de l'angle $\widehat{\text{PNM}}$; en déduire une mesure approchée de cet angle à 1° près.

Partie B

A est un point quelconque du côté [PM].
On pose : $A\text{M} = x$. (x est donc un nombre compris entre 0 et 5).
La parallèle à (PN) passant par A coupe le segment [MN] en B.

1. En précisant la propriété utilisée, exprimer MB et AB en fonction de x.
2. Exprimer, en fonction de x, le périmètre du triangle $A\text{M}B$.
3. Résoudre l'équation : $x + \dfrac{12x}{5} + \dfrac{13x}{5} = 18$.
4. **a.** Faire une nouvelle figure en plaçant le point A de façon que le périmètre du triangle $A\text{M}B$ soit 18 cm.

   b. Quelle est alors l'aire du triangle $A\text{M}B$?

Brevet - Centres étrangers Est juin 2002

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

On considère les nombres suivants :

$A = \dfrac{14}{45} \times \dfrac{27}{49}$; $B = \left(\dfrac{2}{3} - \dfrac{3}{2}\right) \div \dfrac{7}{11}$; $C = 3 - 5 \times \dfrac{1}{10} + 4 \times \dfrac{1}{100}$;

$D = \dfrac{18 \times 10^7}{0,9 \times 10^4}$; $E = \sqrt{12} + 4\sqrt{75}$.

En précisant les différentes étapes du calcul :

1. Écrire A et B sous la forme de fractions irréductibles.
2. Écrire C sous forme décimale.
3. Écrire D sous la forme $a \times 10^n$ où a est un entier compris entre 1 et 9 et n un entier relatif.
4. Écrire E sous la forme $b\sqrt{3}$ où b est un entier relatif.

Exercice 2

Recopier et compléter pour que chaque égalité soit vraie pour toutes les valeurs de x :

1. $(x + \cdots)^2 = \cdots + 6x + \cdots$
2. $(\cdots - \cdots)^2 = 4x^2 \cdots \cdots + 25$
3. $\cdots - 64 = (7x - \cdots)(\cdots + \cdots)$

Exercice 3

Un examen comporte les deux épreuves suivantes :

— une épreuve orale (coefficient 4) ;
— une épreuve écrite (coefficient 6).

Chacune des épreuves est notée de 0 à 20.
Un candidat, pour être reçu à l'examen, doit obtenir au minimum 10 de moyenne.
Le calcul de la moyenne m est donnée par la formule suivante

$$m = \frac{4x + 6y}{10}$$

où x est la note obtenue à l'oral et y la note obtenue à l'écrit.

1. Caroline qui a obtenu 13 à l'oral et 7 à l'écrit, sera-t-elle reçue à l'examen ? Justifier.
2. Etienne a obtenu 7 à l'oral.
   a. Quelle note doit avoir Etienne à l'écrit pour obtenir exactement 10 de moyenne ? Justifier.
   b. Les parents d'Etienne lui ont promis un ordinateur s'il obtenait à son examen une moyenne supérieure ou égale à 13.
   Quelle note minimale doit-il obtenir à l'écrit pour avoir son ordinateur ?

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1

L'unité de longueur est le centimètre.

1. **a.** Tracer un triangle ABC rectangle en A tel que : AB = 3 et AC = 9.
   Sur le segment [AC], placer le point I tel que CI = 5.
   b. Calculer la valeur exacte de la longueur BC, puis sa valeur arrondie au millimètre près.
2. La droite qui passe par I et qui est parallèle à la droite (AB) coupe la droite (BC) en E.
   En précisant la méthode utilisée, calculer la valeur exacte de la longueur EI.
3. Calculer la valeur exacte de la tangente de l'angle $\widehat{ACB}$, puis en déduire la valeur arrondie au degré près de la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$.

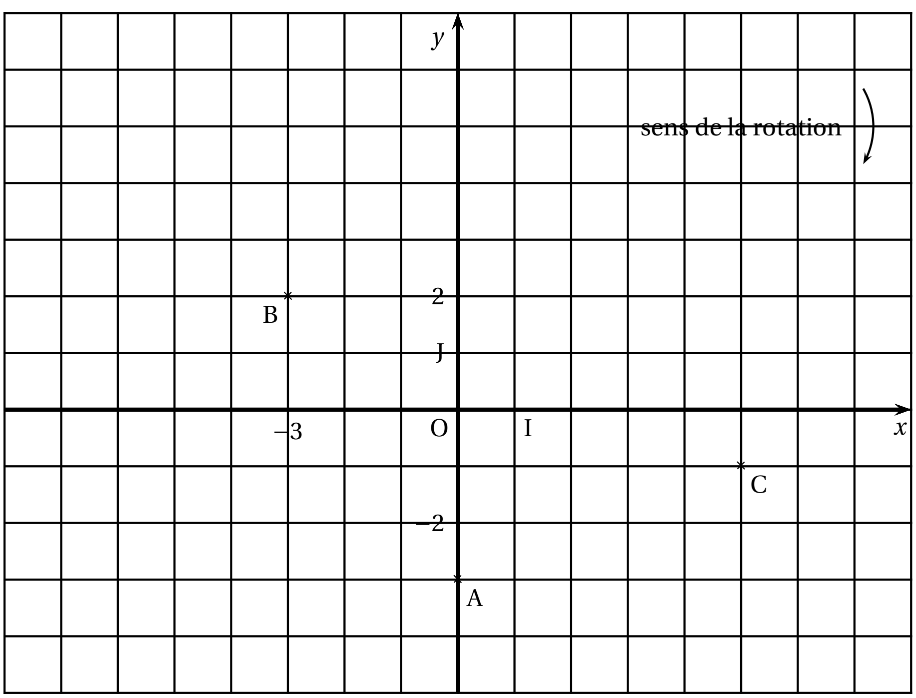
Exercice 2

L'unité de longueur est le centimètre.
Le plan est muni d'un repère orthonormé (O ; I, J).
Dans le repère, représenté ci-après, on a placé les points :

$$A(0\ ;\ -2),\quad B(-3\ ;\ 2)\quad \text{et C.}$$

Toutes les lectures sur le repère seront justifiées par des tracés en pointillé.

1. Lire les coordonnées du point C.
2. Lire les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
3. Calculer la distance AB.
4. **a.** Placer le point D, image du point C par la translation qui transforme A en B.
   b. Quelle est la nature du quadrilatère ABDC ?
5. Placer le point E, image de B par la symétrie de centre O.
6. Placer le point F, image de C par la symétrie d'axe (Ox).
7. Placer le point G, image de A par la rotation de centre O et d'angle 90° dans le sens des aiguilles d'une montre.



PROBLÈME **12 points**

Toutes les lectures sur le graphique doivent être justifiées par des tracés en pointillé.

Partie A

Nicolas désire louer des cassettes vidéo chez Vidéomaths qui lui propose les deux possibilités suivantes pour une location à la journée :
Option A : Tarif à 3 € par cassette louée.
Option B : une carte d'abonnement de 15 € pour 6 mois avec un tarif de 1,50 € par cassette louée.

1. **a.** Reproduire et compléter le tableau suivant :

Nombre de cassettes louées en 6 mois / Prix payé en euros avec	4	8	10	12
l'option A				
l'option B				

   b. Préciser dans chaque cas l'option la plus avantageuse.
2. On appelle x le nombre de cassettes louées par Nicolas pendant 6 mois.
   a. Exprimer en fonction de x la somme $A(x)$ payée avec l'option A.
   b. Exprimer en fonction de x la somme $B(x)$ payée avec l'option B.

Partie B

On considère les fonctions définies par :

$$f(x) = 3x \quad \text{et} \quad g(x) = 1,5x + 15.$$

Dans toute la suite du problème, on admettra que la fonction f est associée à l'option A et que la fonction g est associée à l'option B.

1. Construire, dans un repère (O, I, J) orthogonal les représentations graphiques des fonctions f et g ; on placera l'origine en bas à gauche.
   En abscisse, 1 cm représente 1 cassette ; en ordonnée 1 cm représente 2 €.
2. Les représentations graphiques de f et g se coupent en E.
   a. Lire sur le graphique les coordonnées de E.
   b. Que représente les coordonnées de E pour les options A et B ?
3. Lire sur le graphique, la somme dépensée par Nicolas avec l'option A s'il loue 11 cassettes.
4. Nicolas dispose de 24 €. Lire sur le graphique, le nombre de cassettes qu'il peur louer en 6 mois avec l'option B.
5. Déterminer par le calcul à partir de quelle valeur de x l'option B est plus avantageuse que l'option A pour 6 mois.

Partie C

Nicolas ne veut dépenser que 36 € en 6 mois pour louer des cassettes.

1. Lire sur le graphique de la **partie B** le nombre maximum de cassettes qu'il peut louer chez Vidéomaths avec chaque option, avec 36 € en 6 mois.

2. Il se renseigne auprès de la société Cinémaths qui lui propose un abonnement de 7,50 € pour 6 mois permettant de louer chaque cassette à la journée pour 2,50 €.

L'objectif de cette partie est de déterminer parmi les trois tarifs, l'offre la plus avantageuse pour Nicolas.

Soit x le nombre de cassettes louées par Nicolas en 6 mois.

a. Montrer que le prix payé par Nicolas chez Cinémaths est donné par l'expression

$$h(x) = 2,5x + 7,5.$$

b. Calculer le nombre maximum de cassettes que Nicolas peut louer en 6 mois avec 36 € chez Cinémaths.

c. En déduire l'offre la plus avantageuse pour Nicolas.

Brevet - Grenoble juin 2002

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

Calculer A, B et C en indiquant les étapes .
$A = \frac{2}{7} + \frac{1}{7} \times \frac{8}{3}$; on donnera le résultat sous forme d'une fraction irréductible.
$B = \left(\sqrt{3} - 7\right)^2$; on donnera le résultat sous la forme $a + b\sqrt{c}$, où a, b, c sont des nombres entiers.
$C = \sqrt{50} + 2\sqrt{18}$; on donnera le résultat sous la forme $d\sqrt{e}$, où d et e sont des nombres entiers.

Exercice 2

On considère l'expression

$$A = (2x-3)^2 - (2x-3)(x-2).$$

1. Développer et réduire A.
2. Factoriser A.
3. Résoudre l'équation $A = 0$.
4. Calculer A pour $x = -2$.

Exercice 3

1. Les nombres 682 et 496 sont-ils premiers entre eux ? Justifier.
2. Calculer le PGCD de 682 et de 496.
3. Simplifier la fraction $\frac{682}{496}$ pour la rendre irréductible, en indiquant la méthode.

Exercice 4

Une usine teste des ampoules électriques, sur un échantillon, en étudiant leur durée de vie en heures.
Voici les résultats.

d : **durée de vie en heures**	**nombre d'ampoules**
$1\,000 \leqslant d < 1\,200$	550
$1\,200 \leqslant d < 1\,400$	1460
$1\,400 \leqslant d < 1\,600$	1920
$1\,600 \leqslant d < 1\,800$	1640
$1\,800 \leqslant d < 2\,000$	430

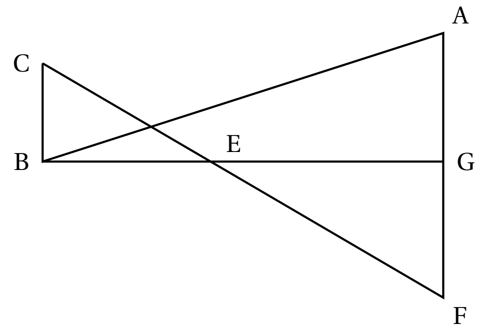
1. Quel est le pourcentage d'ampoules qui ont une durée de vie de moins de 1 400 heures ?
2. Calculer la durée de vie moyenne d'une ampoule ?

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1

On considère la figure ci-dessous où les longueurs sont données en cm :
- Les droites (CF) et (BG) se coupent en E ;

- Les points A, G et F sont alignés ;
- Les droites (BC) et (AF) sont parallèles ;
- EC = 7 ; EG = 8 ; EB = 6 ;
- $\widehat{\text{EBC}} = 90°$; $\widehat{\text{ABG}} = 20°$.



Pour chacune des questions suivantes, donner la valeur exacte puis arrondie à 0,1 près.

1. Calculer la longueur BC.
2. Calculer la longueur EF.
3. Calculer la longueur AG.

Exercice 2

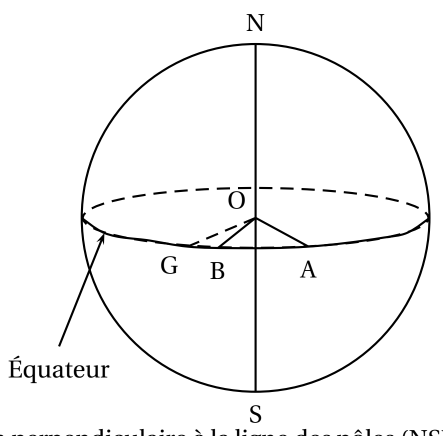
Dans un repère orthonormé (O, I, J), on considère les points suivants :

$$A(-3~;~-2) \quad B(-1~;~9) \quad C(9~;~4)$$

1. Faire une figure en prenant 1 cm pour unité de longueur.
2. On note M le milieu du segment [AC]. Calculer les coordonnées du point M.
3. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
4. Calculer la longueur BC. On donnera la valeur arrondie à 0,1 près.

Exercice 3

La Terre est assimilée à une sphère de rayon 6 370 km.



1. On considère le plan perpendiculaire à la ligne des pôles (NS) et équidistant de ces deux pôles.
   L'intersection de ce plan avec la Terre s'appelle l'Équateur.
   Calculer la longueur de l'Équateur.

2. On note O le centre de la Terre et G un point de l'Équateur.
On considère deux points A et B situés en Afrique sur l'Équateur. Ces points sont disposés comme l'indique le schéma ci-dessus.
On sait que $\widehat{\text{GOA}} = 42^{\text{o}}$ et $\widehat{\text{GOB}} = 9\ °$.
Calculer la longueur de l'arc $\overset{\frown}{\text{AB}}$, portion de l'Équateur située en Afrique.

PROBLÈME **12 points**

Partie A

Madame Durand voyage en train.
Elle fait le voyage aller-retour Chambéry-Paris selon les horaires suivants :

Trajet aller	**Trajet retour**
Départ Chambéry : 6 h 01 min Arrivée Paris : 9 h 01 min	Départ Paris : 19 h 04 min Arrivée Chambéry : 21 h 58 min

La distance par le train Chambéry-Paris est de 542 km.

1. Calculer la vitesse moyenne du train à l'aller. Le résultat sera arrondi à l'unité.
2. Calculer la vitesse moyenne du train au retour. Le résultat sera arrondi à l'unité.

Partie B

Monsieur Dubois doit effectuer fréquemment des trajets, en train, entre Chambéry et Paris.
Il a le choix entre deux options :
Option A : le prix d'un trajet est 58 €.
Option B : le prix total annuel en euros y_{B} est donné par $y_{\text{B}} = 29x + 300$, où x est le nombre de trajets par an.

1. Monsieur Dubois effectue 8 trajets dans l'année.
Calculer le prix total annuel à payer avec chacune des deux options.
2. Monsieur Dubois effectue un nombre x de trajets dans l'année.
On note y_{A} le prix total annuel à payer avec l'option A. Ecrire y_{A} en fonction de x.
3. Un employé de la gare doit expliquer, à une personne qui téléphone, le fonctionnement de l'option B.
Rédiger son explication.
4. Pour l'option B, le prix total annuel est-il proportionnel au nombre de trajets ? Justifier.
5. Sur une feuille de papier millimétré, représenter les deux fonctions f et g définies par :
$$f : x \longmapsto 58x \quad \text{et} \quad g : x \longmapsto 29x + 300$$
Pour le repère, on prendra :
— l'origine en bas à gauche de la feuille ;
— sur l'axe des abscisses 1 cm pour 1 unité ;
— sur l'axe des ordonnées 1 cm pour 50 unités.
6. On vient de représenter graphiquement, pour chacune des deux options, le prix total annuel en fonction du nombre de trajets.
   a. A l'aide du graphique, déterminer le nombre de trajets pour lequel le prix total annuel est plus avantageux avec l'option B. Faire apparaître le tracé ayant permis de répondre.
   b. Retrouver ce résultat par un calcul.

↜ Brevet - Lyon [1] juin 2002 ↝

Activités numériques — 12 points

Dans toute cette partie, les résultats des calculs demandés doivent être accompagnés d'explications, le barème en tenant compte.

Exercice 1

On considère les trois nombres A, B et C :
A= $\dfrac{7}{5}+\dfrac{3}{5}\times\dfrac{11}{6}$; B $=2\sqrt{5}-\sqrt{20}-3\sqrt{45}$; C $=\dfrac{4\times10^{14}\times12}{3\times10^{11}}$.

1. Calculer et donner A sous forme d'une fraction irréductible.
2. Écrire B sous la forme $a\sqrt{5}$, a étant un nombre entier relatif.
3. Donner l'écriture scientifique de C.

Exercice 2

On considère l'expression :

$$D=(4x-1)^2+(x+3)(4x-1).$$

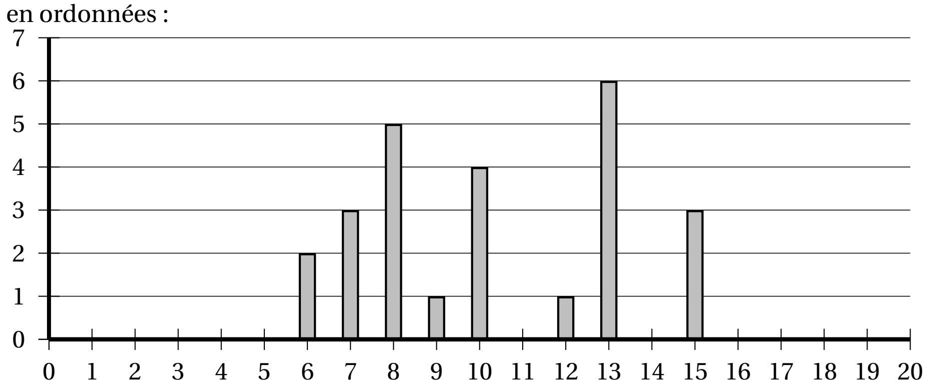
1. Développer puis réduire D.
2. Factoriser D.
3. Résoudre l'équation : $(4x-1)(5x+2)=0$.

Exercice 3

1. Calculer le PGCD de 540 et de 300.
2. Une pièce rectangulaire de 5,40 m de long et de 3 m de large est recouverte, sans découpe, par des dalles de moquette carrées, toutes identiques.
   a. Quelle est la mesure du côté de chacune de ces dalles, sachant que l'on veut le moins de dalles possibles ?
   b. Calculer alors le nombre de dalles utilisées ?

Exercice 4

Voici le diagramme représentant la répartition des notes obtenues par les élèves d'une classe de troisième lors d'un contrôle de français : les notes sur 20 sont reportées en abscisses, le nombre d'élèves en ordonnées :



1. Besançon–Dijon–Nancy-Metz–Reims–Strasbourg

1. Quel est l'effectif de cette classe de troisième ?
2. Calculer la moyenne des notes obtenues en donnant le résultat sous sa forme décimale exacte.

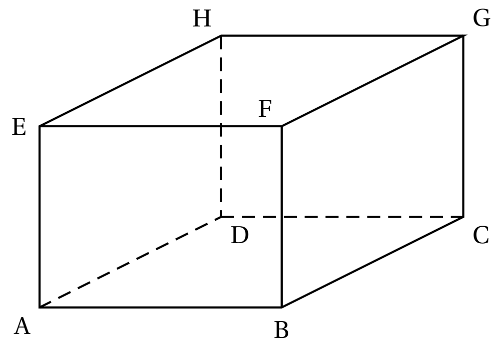
Activités géométriques 12 points

Exercice 1

ABCDEFGH est un parallélépipède à base carrée.

On donne :
AB = BC = 6 cm et BF = 4,5 m.

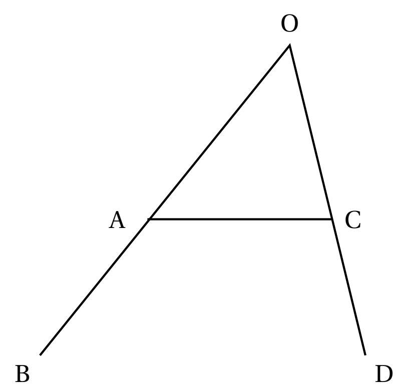
1. Montrer que DG = 4,5 cm.
2. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{CDG}$ arrondie au degré.
3. Calculer, en cm^3, le volume de la pyramide ABCDG.



Exercice 2

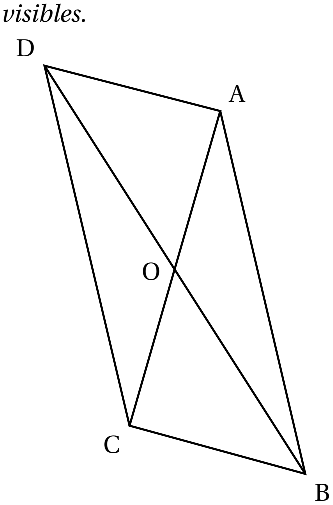
Sur la figure ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur, le point A est sur le segment [OB] et le point C est sur le segment [OD].
On donne :
OA = 8,5 cm ; AB = 11,5 cm ;
OC = 5 cm ; CD = 7 cm.

1. Calculer les longueurs OB et OD.
2. Les droites (AC) et (BD) sont-elles parallèles ? Justifier votre réponse.



Exercice 3

Les constructions demandées dans cet exercice sont à réaliser sur la figure ci-après.
Laisser les traces de constructions visibles.



Sur cette figure, on a représenté un parallélogramme ABCD de centre O. Les droites (BC) et (AC) sont perpendiculaires.

1. Tracer le cercle qui contient les trois points O, B et C. Justifier la position de son centre I.
2. Placer les points M et P tels que :
   $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$ et $\overrightarrow{BP} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{OD}$.
3. Utilisation d'une transformation.
   a. Par quelle transformation a-t-on à la fois : O a pour image C et B a pour image M ?
   b. Montrer que, par cette transformation, le point D a pour image le point P.
   c. Montrer que les points P, C, M sont alignés.

Problème 12 points

Un viticulteur propose un de ses vins aux deux tarifs suivants :
— **Tarif 1** : 7,50 € la bouteille, transport compris.
— **Tarif 2** : 6 € la bouteille, mais avec un forfait de transport de 18 €.

1. Remplir le tableau donné ci-dessous :

Nombre de bouteilles	1	5			15
Prix au tarif 1 en €	7,50			97,50	
Prix au tarif 2 en €		48	78		

2. Exprimer le prix payé par le consommateur en fonction du nombre x de bouteilles achetées.
   Pour le tarif 1, le prix sera noté P_1.
   Pour le tarif 2, le prix sera noté P_2.
3. Tracer, sur une feuille de papier millimétré, les représentations graphiques des fonctions f et g définies par :
   $$f(x) = 7,5x \quad \text{et} \quad g(x) = 6x + 18$$
   pour des valeurs de x comprises entre 0 et 15.
   On placera l'origine dans le coin inférieur gauche de la feuille et on prendra les unités suivantes :
   — Sur l'axe des abscisses : 1 cm représente 1 bouteille.
   — Sur l'axe des ordonnées : 1 cm représente 10 €.
   Pour les questions 4 et 5, on laissera sur le graphique les traits de rappel utilisées pour faciliter la lecture.
4. Répondre aux questions suivantes en utilisant le graphique :
   a. On veut acheter 6 bouteilles. Quel est le tarif le plus avantageux ?
   b. On dispose de 70 €. Lequel des deux tarifs permet d'acheter le plus grand nombre de bouteilles ?
   Préciser le nombre de bouteilles.
5. Utilisation du graphique, vérification par le calcul.
   a. Déterminer graphiquement pour combien de bouteilles le prix de revient est identique, quel que soit le tarif choisi. Donner ce nombre de bouteilles. Quel est le prix correspondant ?
   b. Vérifier ces deux derniers résultats par des calculs.

Brevet - Groupement Nord juin 2002

Activités numériques 12 points

Exercice 1

$$A = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{4}{7} \qquad B = \frac{6}{5} \div \left(\frac{1}{15} - \frac{1}{5}\right)$$

1. Calculer A et écrire la réponse sous forme de fraction irréductible.
2. Calculer B et écrire la réponse sous forme d'un entier.

Exercice 2

On considère l'expression $C = (3x-1)^2 - (3x-1)(2x+3)$.

1. Développer et réduire C.
2. Factoriser C.
3. Résoudre l'équation $(3x-1)(x-4) = 0$.
4. Calculer C pour $x = \sqrt{2}$.

Exercice 3

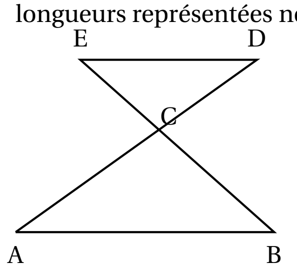
Une fermière vend 3 canards et 4 poulets pour 70,30 €.
Un canard et un poulet valent ensemble 20,70 €.
Déterminer le prix d'un poulet et celui d'un canard.

Exercice 4 Pour le 1er Mai, Julie dispose de 182 brins de muguet et 78 roses.
Elle veut faire le plus grand nombre de bouquets identiques en utilisant toutes ses fleurs.
Combien de bouquets identiques pourra-t-elle faire ?
Quelle sera la composition de chaque bouquet ?

Activités géométriques 12 points

Exercice 1

La figure suivante est donnée à titre indicatif pour préciser la position des points A, B, C, D et E. Les longueurs représentées ne sont pas exactes.



On donne :
CE = 5
CD = 12
CA = 18
CB = 7,5
AB = 19,5

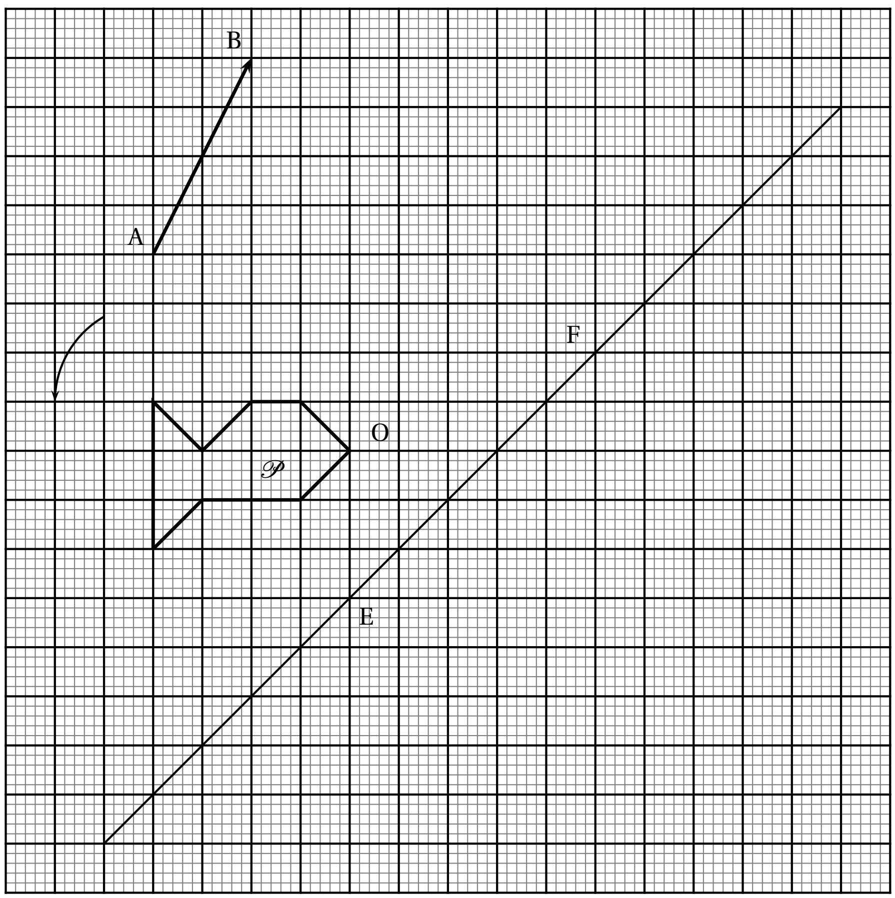
1. Montrer que les droites (ED) et (AB) sont parallèles.
2. Montrer que ED = 13.
3. Montrer que le triangle CED est rectangle.
4. Calculer $\tan \widehat{DEC}$ puis en déduire la valeur arrondie au degré près de la mesure de l'angle $\widehat{DEC}$.

Exercice 2

Sachant que O est le centre du cercle passant par les points A, B, C, déterminer la mesure des angles du triangle ABC sachant que $\widehat{AOB} = 50°$ et $\widehat{BOC} = 150°$, en justifiant chacune de vos réponses.

Exercice 3

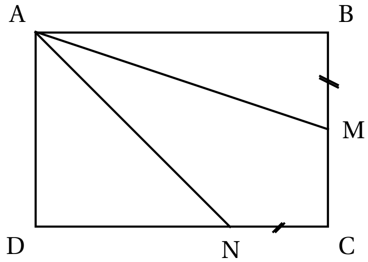
1. Tracer, sur la feuille annexe, le symétrique $\mathscr{P}_1$ de la figure $\mathscr{P}$ par rapport au point O.
2. Tracer, sur la feuille annexe, le symétrique $\mathscr{P}_2$ de la figure $\mathscr{P}$ par rapport à la droite (EF).
3. Tracer, sur la feuille annexe, l'image $\mathscr{P}_3$ de la figure $\mathscr{P}$ par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.
4. Tracer, sur la feuille annexe, l'image $\mathscr{P}_4$ de la figure $\mathscr{P}$ dans la rotation de centre E, d'angle 90¡ et dans le sens de la flèche.



Problème 12 points

ABCD est un rectangle tel que AB = 6 cm et AD = 4 cm.

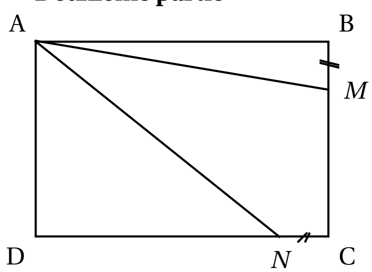
Première partie



M est le point du segment [BC] tel que BM = 2 cm. N est le point du segment [CD] tel que CN = 2 cm.

1. Calculer la longueur AM sous la forme $a\sqrt{b}$ (b nombre entier le plus petit possible).
2. Démontrer que l'aire du quadrilatère AMCN est 10 cm^2.

Deuxième partie



Les points M et N peuvent se déplacer respectivement sur les segments [BC] et [CD] de façon que
BM = CN = x $(0 < x \leqslant 4)$.

1. Exprimer l'aire du triangle ABM en fonction de x.
2. **a.** Calculer la longueur DN en fonction de x.

   b. Démontrer que l'aire du triangle ADN en fonction de x est $2x + 12$.
3. **a.** Dans un repère orthonormé (O, I, J) avec OI = OJ = 1 cm, représenter graphiquement les fonctions affines :

$$f : x \longmapsto 3x \qquad \text{et} \qquad g : x \longmapsto 2x + 12.$$

   b. Calculer les coordonnées du point R, intersection de ces deux représentations.
4. **a.** Pour quelle valeur de x, les aires des triangles ABM et ADN sont-elles égales ?
   Justifier la réponse.

   b. Pour cette valeur de x, calculer l'aire du quadrilatère AMCN.

∽ Brevet - Polynésie juin 2002 ∾

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Tous les exercices sont indépendants.

Exercice 1

On donne :

$$A = 2 - \frac{5}{2} \times \frac{4}{15} \qquad B = \frac{7 \times 10^{-3} \times 3 \times 10^{4}}{6 \times 10^{-4}}.$$

Calculer A et B en détaillant les calculs.
Donner le résultat de A sous la forme d'une fraction la plus simple possible et le résultat de B en écriture scientifique.

Exercice 2

On donne l'expression : $C = 4\sqrt{3} - \sqrt{75} + 2\sqrt{48}$.
Écrire C sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des nombres entiers, b étant le plus petit possible.

Exercice 3

On considère l'expression : $D = (3x - 2)^2 - 25$.

1. Développer et réduire D.
2. Factoriser D.
3. Calculer D pour $x = \sqrt{3}$.
4. Résoudre l'équation-produit : $(3x + 3)(3x - 7) = 0$.

Exercice 4

1. Résoudre le système d'équations

$$\left\{\begin{array}{lcr} x + y & = & 200 \\ 800x + 500y & = & 124\,000 \end{array}\right.$$

2. Une salle de cinéma propose deux tarifs
   - un tarif adulte à 800 F par personne ;
   - un tarif étudiant à 500 F par personne.

   Dans cette salle, 200 personnes ont assisté à une représentation et la recette totale s'est élevée à 124 000 F. Calculer le nombre d'adultes et le nombre d'étudiants qui ont assisté à cette séance.

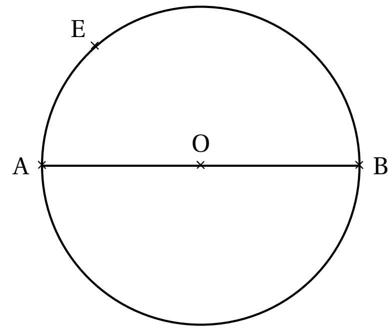
NB : Après le passage à l'euro, la Polynésie a conservé le franc pacifique pour unité monétaire. 100 francs pacifique correspondent à environ 0,838 €.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Dans ces trois exercices, l'unité de longueur est le centimètre, l'unité d'aire est le centimètre carré. Les figures ne sont pas en vraie grandeur.

Exercice 1

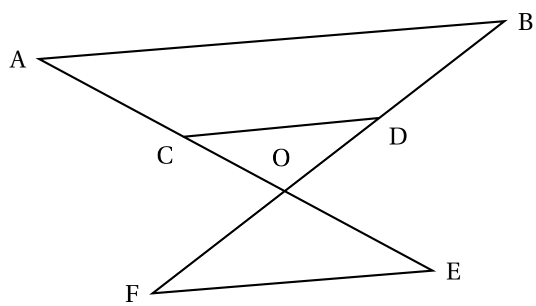
Soit un cercle de centre O et de diamètre [AB].
On donne AB = 5.
E est un point de ce cercle tel que AE = 3.



1. Faire une figure en vraie grandeur.
2. Quelle est la nature du triangle ABE? Justifier.
3. Calculer la longueur BE.
4. **a.** Calculer le cosinus de l'angle $\widehat{BAE}$.
   b. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{BAE}$ arrondie au degré.

Exercice 2

Sur le figure, les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
OA = 8
OB = 10
OC = 6,4
OE = 2
OF = 2,5



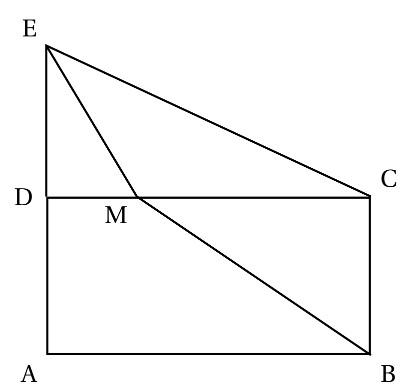
1. Calculer la longueur OD.
2. Démontrer que les droites (AB) et (EF) sont parallèles.

Exercice 3

1. Construire le patron d'un pyramide régulière SABCD de sommet S. Sa base est un carré ABCD. On donne AC = 4 et SA = 3.
2. Calculer l'aire de la base ABCD.

PROBLÈME **12 points**

L'unité de longueur est le centimètre. La figure ci-contre n'est pas en vraie grandeur. Il n'est pas demandé de reproduire la figure.
ABCD est un rectangle.
CDE est un triangle rectangle.
On donne DE = 6 BC = 4 AB = 7,5.
Le point M est situé sur le segment [DC].



Première partie

Dans cette partie, on prend DM = 2.

1. Calculer l'aire du triangle DEM.
2. Calculer l'aire du triangle BCM.

Deuxième partie

Dans cette partie, on prend DM = x.

1. Montrer que l'aire du triangle DEM est égale à $3x$.
2. **a.** Exprimer la longueur MC en fonction de x.

   b. Montrer que l'aire du triangle BCM est égale à $15-2x$.
3. Pour quelle valeur de x l'aire du triangle DEM est-elle égale à l'aire du triangle BCM ?

Troisième partie

Les tracés de cette partie seront réalisés sur une feuille de papier millimétré. Celle-ci doit être remise avec la copie.

Dans un repère orthonormé (O, I, J), l'unité graphique est le centimètre.

1. Tracer la représentation graphique des fonctions f et g définies par

$$f(x) = 3x \quad \text{et} \quad g(x) = 15-2x$$

2. En faisant apparaître sur le graphique les constructions utiles :

   a. Déterminer graphiquement la valeur de x pour laquelle l'aire du triangle DME est égale à l'aire du triangle DME.

   b. Donner la valeur de cette aire.

∽ Brevet juin 2002 ∾
La Réunion

Calculatrice autorisée — 2 heures

Il sera tenu compte de la qualité de la rédaction et de la présentation (4 points)

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES — **12 points**

Exercice 1

1. On considère $A = \dfrac{5}{3} + \dfrac{11}{2} \times \dfrac{1}{33}$.
   Écrire A sous la forme d'une fraction dont le dénominateur est égal à 6.
2. On considère $B = \dfrac{24 \times 10^2 \times 10^{-5}}{8 \times 10^{-10}}$.
   Calculer B en donnant le résultat sous forme d'écriture scientifique.
3. On considère $C = \dfrac{357}{595}$.
   Simplifier la fraction C pour la rendre irréductible.

Exercice 2

Soit $E = (2x - 3)^2 - 16$.

1. Développer et réduire E.
2. Factoriser E.
3. Calculer E pour $x = 0$.
4. Résoudre l'équation $(2x + 1)(2x - 7) = 0$.

Exercice 3

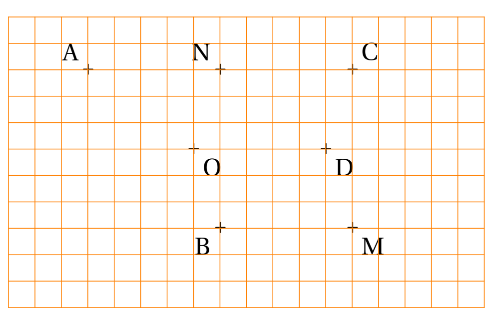
Un antiquaire souhaite vendre une armoire au prix initial de 380 euros (380 €).

1. Ne parvenant pas à la vendre, il décide d'accorder une remise de 20 % sur son prix initial.
   Calculer le nouveau prix de l'armoire.
2. La vente ne se faisant pas, il décide d'accorder une remise de 114 € sur le prix initial de 380 €.
   Calculer le pourcentage de la réduction faite sur le prix initial.

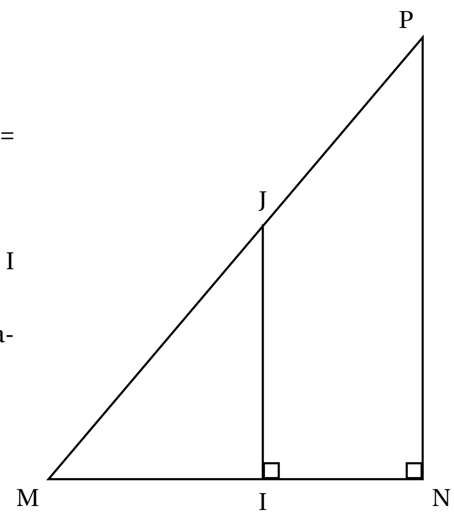
ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES — **12 points**

Exercice 1

1. Quelle est l'image du quadrilatère ODMB par la symétrie d'axe (OD) ?
2. Recopier et compléter les quatre égalités ci-dessous :
   $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{\dots N}$
   $\overrightarrow{M\dots} = \overrightarrow{BA}$
   $\overrightarrow{NO} + \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{\dots}$
   $\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{\dots}$
3. Quelle est l'image du triangle NOB par la translation de vecteur $\overrightarrow{AN}$?



Exercice 2



MNP est un triangle rectangle en N tel que MP = 25.
I est le point du segment [MN] tel que :
MI = 8 et IN = 7 ;
La perpendiculaire au côté [MN] passant par I coupe le côté [MP] en J.

1. Justifier que les droites (IJ) et (NP) sont parallèles.
2. Calculer MJ.

Exercice 3

AIR est un triangle rectangle en A tel que :
AI = 6,5 cm et $\widehat{\text{AIR}} = 35$ degrés .
La hauteur issue de A coupe le côté [RI] en P.

1. Faire la figure.
2. **a.** Recopier l'égalité et la compléter en utilisant les côtés du triangle AIR : $\tan\widehat{\text{AIR}} = \dfrac{\dots}{\dots}$.

   b. En déduire la longueur AR en cm (on donnera la valeur arrondie au dixième).
3. En utilisant le triangle PAI, calculer la longueur AP en cm (on donnera la valeur arrondie au dixième).

PROBLÈME **12 points**

Le plan est muni d'un repère (O, I , J). L'unité est le centimètre.
On considère les points A (6 ; 5) ; B(2 ; −3) ; C(−4 ; 0)

Partie A

1. Place les points dans le repère.
2. Calculer en cm les distances AB, BC et CA, et vérifier que ces distances peuvent s'écrire :

$$\text{AB} = 4\sqrt{5}, \quad \text{BC} = 3\sqrt{5} \quad \text{et} \quad \text{CA} = 5\sqrt{5}.$$

3. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en B.
4. Calculer le périmètre P du triangle ABC. On donnera le résultats sous la forme $a\sqrt{5}$, où a désigne un nombre entier.
5. Calculer en cm^2 l'aire S du triangle ABC.

Partie B

1. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{\text{BC}}$.
2. **a.** Construire le point D tel que CBOD soit un parallélogramme.

b. Donner les coordonnées du point D par lecture graphique.

3. **a.** Construire le cercle $(\mathscr{C})$ circonscrit au triangle ABC.

b. On appelle E le centre du cercle $(\mathscr{C})$. Calculer les coordonnées de E.

c. Le point D est-il situé sur le cercle $(\mathscr{C})$? Justifier votre réponse.

Durée : 2 heures

∽ Brevet des collèges Antilles-Guyane ∾ septembre 2002

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES — 12 points

EXERCICE 1

Calculer et donner le résultat sous forme de fraction irréductible :

$$A = \frac{26}{7} - \frac{22}{7} \times \frac{10}{33} \qquad B = \frac{7 \times 10^{35}}{49 \times 10^{34}}.$$

EXERCICE 2

Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b entiers, b le plus petit possible :

$$C = \sqrt{50} - 3\sqrt{8} + 2\sqrt{18}.$$

EXERCICE 3

On donne : $D = (5x-3)^2 - 81$.

1. Développer et réduire D.
2. Factoriser D.
3. Résoudre l'équation : $(5x-12)(5x+6) = 0$.

EXERCICE 4

1. Résoudre le système suivant :

$$\left\{\begin{array}{rcl} 3x+2y & = & 47 \\ x+3y & = & 32 \end{array}\right.$$

2. À la pépinière, un client achète 3 plants de manguier et 2 plants de goyavier pour 47 €.
   Un autre client paye 32 € pour un plant de manguier et 3 plants de goyavier.
   Déterminer le prix d'un plant de manguier et le prix d'un plant de goyavier.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES — 12 points

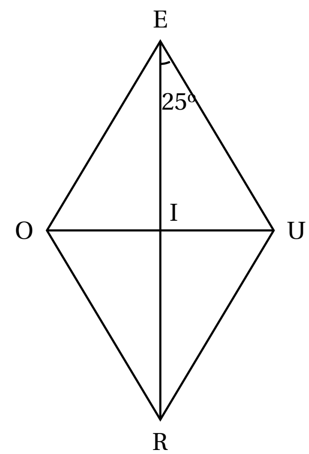
EXERCICE 1

1. Construire un triangle RAS tel que :
   RA = 8 cm, RS = 6,4 cm et AS = 4,8 cm.
2. Prouver que le triangle RAS est rectangle.
3. **a.** Placer le point M du segment [RS] tel que RM = 4,8 cm et le point N du segment [RA] tel que RN = 6 cm.

   b. Prouver que les droites (MN) et (AS) sont parallèles.

c. Calculer MN.

EXERCICE 2

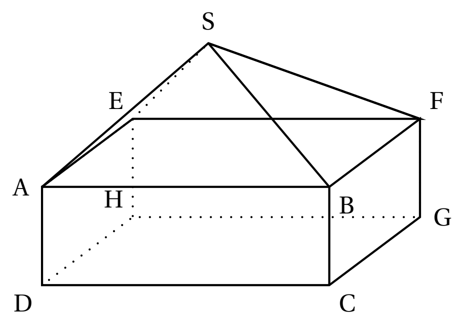


Le quadrilatère EURO est un losange de centre I.
L'angle $\widehat{\text{IEU}}$ vaut 25° et la diagonale [ER] mesure 10 cm.

1. Prouver que le triangle EIU est rectangle en I.
2. Calculer la valeur arrondie au centième de cm de la longueur lU.

EXERCICE 3

La maquette de maison représentée ci-contre est composée d'un pavé droit de dimensions :
AS = 30 cm, AE = 20 cm et AD = 5 cm.
Ce pavé est surmonté d'une pyramide de hauteur 6 cm.



1. Calculer le volume V_1 de cette maquette.
2. Sachant que cette maquette est une réduction de coefficient 1/50 de la maison réelle, déduire de la première question le volume V_2 en m^3 de la liaison.
   Rappel : Le volume d'une pyramide est : $\frac{1}{3} \times$ aire de la base $\times$ hauteur.

PROBLÈME **12 points**

Le plan est muni d'un repère orthonormal (O, J, J). *L'unité de longueur est le centimètre.*

1. Placer les points :

$$A(2\,;\,-2) \quad ; \quad B(6\,;\,0) \quad ; \quad C(4\,;\,4) \quad \text{et} \quad D(0\,;\,2).$$

2. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$.
   Que peut-on dire de ces vecteurs ?
3. Montrer par le calcul que AC = DB.
4. Montrer par le calcul que AB = AD.
5. Déduire des trois questions précédentes que le quadrilatère ABCD est un carré.
   On justifiera la réponse.
6. On considère les fonctions affines suivantes :

$$f\ :\ x \longmapsto 3x-8 \quad \text{et} \quad g\ :\ x \longmapsto -\frac{1}{3}x+2.$$

a. Calculer $f(2)$; $f(4)$; $g(6)$; $g(0)$.

b. En déduire que la représentation graphique de f est la droite (AC) et que celle de g est la droite (BD).

c. Résoudre alors graphiquement le système suivant :

$$\left\{\begin{array}{rcl} y & = & 3x-8 \\ y & = & -\dfrac{1}{3}x+2 \end{array}\right.$$

Durée : 2 heures

∽ Brevet des collèges Groupe Sud-Ouest ∾ septembre 2002

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

EXERCICE 1

Les calculs intermédiaires doivent figurer sur la copie.

1. Écrire sous la forme $a\sqrt{3}$, a étant un entier, le nombre : $A = \sqrt{75} + 4\sqrt{12}$.
2. Prouver que :

$$\frac{2+\frac{3}{4}}{\frac{3}{4}-5} = -\frac{11}{17} \qquad \frac{35 \times 10^{22} \times 2 \times \left(10^{-2}\right)^{6}}{42 \times 10^{10}} = \frac{5}{3}.$$

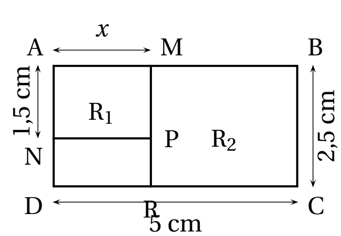
EXERCICE 2

Dans cet exercice, seuls les résultats finaux sont attendus et la calculatrice peut être utilisée.

1. Donner une valeur décimale approchée à 0,001 près du nombre :
   $B = 3 + \dfrac{1}{7+\dfrac{1}{16}}$.
2. Donner l'écriture scientifique du nombre :
   $C = \dfrac{10^{-4} \times 4 \times 10^{6} \times 5^{2}}{2 \times 10^{-10}}$.

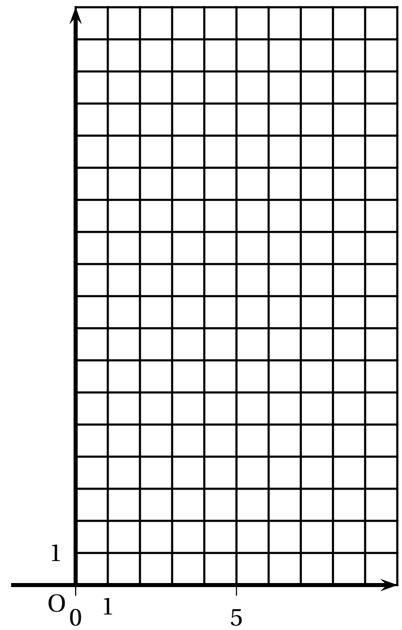
EXERCICE 3

ABCD est un rectangle : DC = 5 cm et BC = 2,5 cm.
N est le point du segment [AD] tel que : AN = 1,5 cm. M est un point du segment [AB].
On note x la longueur du segment [AM] exprimée en centimètres (x est compris entre 0 et 5).
AMPN et MBCR sont des rectangles notés respectivement R_1 et R_2.



1. **a.** Exprimer, en fonction de x, le périmètre de R_1.
   b. Exprimer, en fonction de x, le périmètre de R_2.
2. Résoudre l'équation : $2x + 3 = -2x + 15$.

3. Sur le repère suivant, représenter graphiquement les deux fonctions affines :
   $x \mapsto 2x+3$ et $x \mapsto -2x+15$ pour $0 \leqslant x \leqslant 5$.

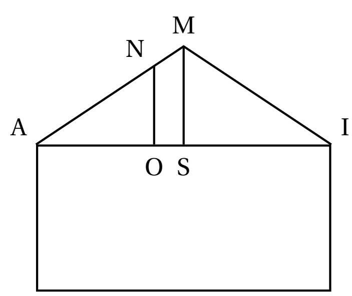


4. Quelles sont les valeurs de AM pour lesquelles le périmètre de R_2 est supérieur ou égal au périmètre de R_1 ? (Aucune justification n'est attendue.)

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

EXERCICE 1

Le dessin ci-après représente la coupe d'une maison.
Le triangle MAI est isocèle, de sommet principal M.
La droite perpendiculaire à la droite (AI), passant par M, coupe (AI) en S.
L'unité de longueur est le mètre.
On sait que : MS = 2,5 et AI = 11.

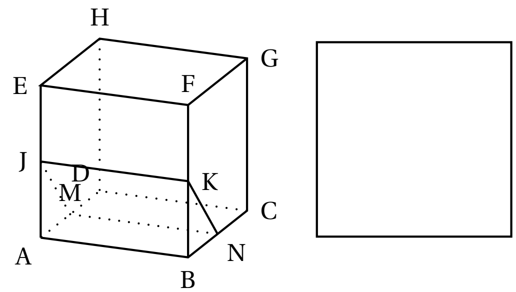


1. **a.** Calculer AS. (Justifier.)
   b. Calculer la valeur arrondie à 0,1 degré près de la mesure de l'angle $\widehat{AMS}$.
2. Dans le toit, il y a une fuite en N qui fait une tâche en O, sur le plafond. La droite (NO) est perpendiculaire à la droite (AI). AO = 4,5.
   Pour effectuer les calculs, on prendra : $\widehat{OAN} = 24$ °.
   Calculer AN. On donnera la valeur arrondie à 0,1 près.

EXERCICE 2

ABCDEFGH est un cube.
Les points J, K, M et N sont les milieux respectifs des segments [AE], [FB], [AD] et [BC].
JKNM est une section du cube par un plan parallèle à l'arête [AB].

1. Donner, sans justifier, la nature de la section JKNM.
2. Sur le schéma ci-après, la face FGCB a été dessinée en vraie grandeur.
   a. Placer les points K et N sur cette face.
   b. À côté, dessiner la section JKNM en vraie grandeur.

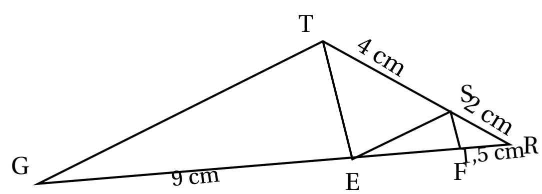


3. Quelle est la nature du solide AJMBKN ? (Aucune justification n'est demandée.)

EXERCICE 3

Sur la figure ci-dessous, les droites (SF) et (TE) sont parallèles.
Les points R, S et T sont alignés dans cet ordre.
Les points R, F, E et G sont alignés dans cet ordre.
SR = 2 cm et ST = 4 cm
RF = 1,5 cm et EG = 9 cm

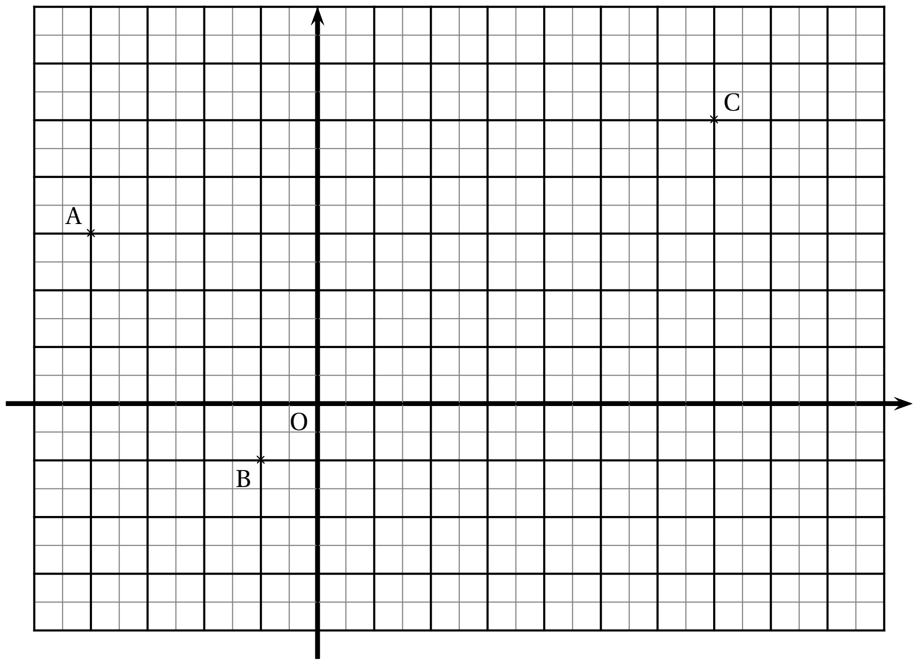
1. Démontrer que : RE = 4,5 cm.
2. Les droites (ES) et (TG) sont-elles parallèles ? Justifier.



Les dimensions ne sont pas respectées sur cette figure.

PROBLÈME **12 points**

Le plan est muni d'un repère orthonormal (O, I, J).
La figure ci-après est à compléter au fur et à mesure de la progression de ce problème.



On donne les points A$(-4\,;\,3)$, B$(-1\,;\,-1)$ et C$(7\,;\,5)$

1. Donner les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$, puis calculer la longueur du segment [AB]. Pour la suite du problème, on admettra que BC = 10 et AC = $5\sqrt{5}$.
2. Démontrer que le triangle ABC est rectangle.
3. Calculer les coordonnées du milieu M de [AC] et placer le point M sur la figure.
4. Démontrer que MB = MC.
5. Sur la figure, placer le point N, image du point M par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$. Quelles sont les coordonnées de N ? (Aucune justification n'est demandée.)
6. Démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BN}$ et $\overrightarrow{MC}$ sont égaux.
7. Démontrer que le quadrilatère BMCN est un losange.
8. Démontrer que le triangle ABC et le losange BMCN ont la même aire.

Durée : 2 heures

∽ Brevet des collèges Groupe Est ∾ septembre 2002

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

EXERCICE 1

1. On considère : $A = \frac{3}{5} + \frac{6}{5} : \frac{18}{7}$.
   Calculer A en indiquant les étapes (on donnera le résultat sous forme d'une fraction irréductible).
2. On considère $B = \sqrt{25} + \sqrt{20} + \sqrt{80}$ et $C = \left(\sqrt{5}+2\right)^2 + \left(\sqrt{5}-1\right)\left(\sqrt{5}+1\right)$.
   Calculer B et C (on donnera les résultats sous la forme $a + b\sqrt{5}$, où a et b sont des nombres entiers relatifs).

EXERCICE 2

On considère : $D = (3x - 7)^2 - 81$.

1. Développer D.
2. Factoriser D.
3. Résoudre l'équation : $(3x - 16)(3x + 2) = 0$.

EXERCICE 3

1. Calculer le plus grand commun diviseur (PGCD) de 496 et de 806.
2. Écrire $\frac{496}{806}$ sous la forme d'une fraction irréductible.
3. Calculer $\frac{496}{806} - \frac{3}{26}$ (on donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible).

EXERCICE 4

Perrine a 100 euros. Elle souhaite acheter des disques et des livres.
Si elle achète 4 disques et 5 livres, il lui manque 9,5 euros.
Si elle achète 3 disques et 4 livres, il lui reste 16 euros.
Calculer le prix d'un disque et celui d'un livre.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

EXERCICE 1

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). L'unité de longueur est le centimètre.

1. Placer les points A(1 ; 2) B(3 ; 0) C(−1 ; −2).
2. On note D le milieu du segment [AB].
   Calculer les coordonnées du point D.
3. **a.** Placer le point D sur la figure. Construire le point E symétrique du point C par rapport au point D.

b. Montrer que AEBC est un parallélogramme.

c. Calculer les coordonnées du point E.

4. Calculer AE et EB.
5. En déduire que AEBC est un losange.

EXERCICE 2

1. On considère un triangle ABC tel que :
   AB= 4,5 AC = 7,5 et BC = 6.
   Montrer que le triangle ABC est rectangle.
2. Tracer le triangle ABC.
   Placer le point E tel que les points A, C et E soient alignés dans cet ordre et que CE = 4.
   Placer le point F tel que $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{EF}$. On note G le point d'intersection des droites (BC) et (EF). Placer le point G.
3. **a.** Donner la longueur EF. Justifier le résultat.

   b. Calculer la longueur EG.

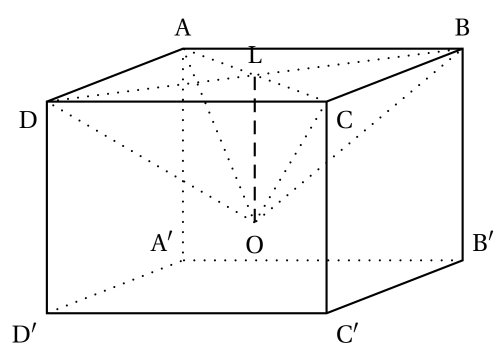
   c. En déduire la longueur GF.
4. On noce O le milieu du segment [CE].
   Les droites (OG) et (CE) sont-elles parallèles ?

PROBLÈME **12 points**

L'unité de longueur est le centimètre, l'unité d'aire est le centimètre carré, l'unité de volume est le centimètre cube.

On considère le pavé droit ABCDA′B′C′D′.
On note L le point d'intersection des segments [AC] et [BD].
On a creusé ce pavé en enlevant la pyramide OABCD de hauteur [OL].
On a : DD′ = 5 DC = 6 DA = 7

Première partie



Dans cette partie, on a OL = 4.

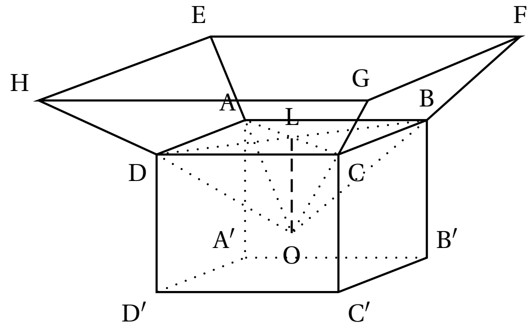
1. Construire, en vraie grandeur, la face ABCD et placer le point L.
2. **a.** Calculer BD (on donnera une valeur arrondie au dixième).

   b. En déduire DL (on donnera une valeur arrondie au dixième).

3. a. Calculer le volume du pavé droit ABCDA′B′C′D′.
   b. Calculer le volume de la pyramide OABCD.
   c. En déduire le volume du pavé creusé.

Deuxième partie

Dans cette partie, on pose OL = x, où x est un nombre compris entre 0 et 5.
Le pavé creusé que l'on obtient est le socle en bois d'un trophée.
Sur ce socle, on pose une pyramide en verre OEFGH qui est un agrandissement de la pyramide OABCD, de rapport 2.



1. a. Calculer le volume de la pyramide OABCD en fonction de x.
   b. Montrer que le volume du socle en bois est $210 - 14x$.
2. Montrer que le volume de la pyramide en verre OEFGH est $112x$.
3. Calculer la valeur de x pour laquelle le volume de verre est égal à 2 fois le volume de bois.

Troisième partie

On considère les fonctions f et g définies par $f : x \longmapsto 210 - 14x$ et $g : x \longmapsto 112x$. Lorsque x est compris entre 0 et 5, la fonction f représente les variations du volume de bois et la fonction g représente les variations du volume de verre.

1. Représenter graphiquement les fonctions f et g pour x compris entre 0 et 5. Pour le repère, on prendra
   - l'origine en bas à gauche de la feuille ;
   - sur l'axe des abscisses, 2 cm pour 1 unité ;
   - sur l'axe des ordonnées, 1 cm pour 25 unités.
2. a. On veut que le volume de bois et le volume de verre soient égaux. En utilisant le graphique, donner une valeur approchée de x pour qu'il en soit ainsi (faire apparaître le tracé ayant permis de répondre).
   b. Retrouver ce résultat par un calcul.

Durée : 2 heures

Brevet des collèges Groupe Est septembre 2002

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

EXERCICE 1

1. On considère : $A = \frac{3}{5} + \frac{6}{5} : \frac{18}{7}$.
   Calculer A en indiquant les étapes (on donnera le résultat sous forme d'une fraction irréductible).
2. On considère $B = \sqrt{25} + \sqrt{20} + \sqrt{80}$ et $C = \left(\sqrt{5}+2\right)^2 + \left(\sqrt{5}-1\right)\left(\sqrt{5}+1\right)$.
   Calculer B et C (on donnera les résultats sous la forme $a + b\sqrt{5}$, où a et b sont des nombres entiers relatifs).

EXERCICE 2

On considère : $D = (3x-7)^2 - 81$.

1. Développer D.
2. Factoriser D.
3. Résoudre l'équation : $(3x-16)(3x+2) = 0$.

EXERCICE 3

1. Calculer le plus grand commun diviseur (PGCD) de 496 et de 806.
2. Écrire $\frac{496}{806}$ sous la forme d'une fraction irréductible.
3. Calculer $\frac{496}{806} - \frac{3}{26}$ (on donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible).

EXERCICE 4

Perrine a 100 euros. Elle souhaite acheter des disques et des livres.
Si elle achète 4 disques et 5 livres, il lui manque 9,5 euros.
Si elle achète 3 disques et 4 livres, il lui reste 16 euros.
Calculer le prix d'un disque et celui d'un livre.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

EXERCICE 1

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). L'unité de longueur est le centimètre.

1. Placer les points $A(1\,;2)$ $B(3\,;0)$ $C(-1\,;\,-2)$.
2. On note D le milieu du segment [AB].
   Calculer les coordonnées du point D.
3. **a.** Placer le point D sur la figure. Construire le point E symétrique du point C par rapport au point D.

  b. Montrer que AEBC est un parallélogramme.

  c. Calculer les coordonnées du point E.

4. Calculer AE et EB.

5. En déduire que AEBC est un losange.

EXERCICE 2

1. On considère un triangle ABC tel que :
AB= 4,5   AC = 7,5 et BC = 6.
Montrer que le triangle ABC est rectangle.

2. Tracer le triangle ABC.
Placer le point E tel que les points A, C et E soient alignés dans cet ordre et que CE = 4.
Placer le point F tel que $\overrightarrow{\text{BA}} = \overrightarrow{\text{EF}}$. On note G le point d'intersection des droites (BC) et (EF).
Placer le point G.

3. **a.** Donner la longueur EF. Justifier le résultat.

  b. Calculer la longueur EG.

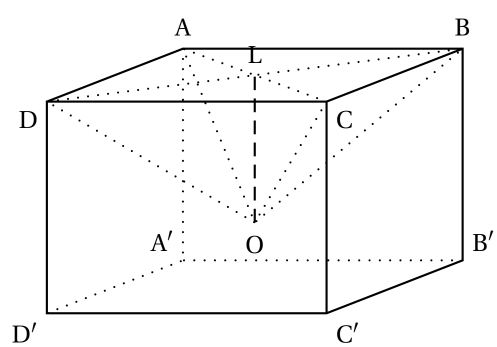
  c. En déduire la longueur GF.

4. On noce O le milieu du segment [CE].
Les droites (OG) et (CE) sont-elles parallèles ?

PROBLÈME **12 points**

L'unité de longueur est le centimètre, l'unité d'aire est le centimètre carré, l'unité de volume est le centimètre cube.
On considère le pavé droit ABCDA′B′C′D′.
On note L le point d'intersection des segments [AC] et [BD].
On a creusé ce pavé en enlevant la pyramide OABCD de hauteur [OL].
On a : DD′ = 5 DC = 6 DA = 7

Première partie



Dans cette partie, on a OL = 4.

1. Construire, en vraie grandeur, la face ABCD et placer le point L.

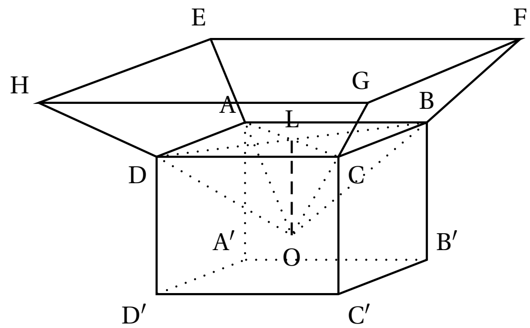
2. **a.** Calculer BD (on donnera une valeur arrondie au dixième).

  b. En déduire DL (on donnera une valeur arrondie au dixième).

3. a. Calculer le volume du pavé droit ABCDA′B′C′D′.
   b. Calculer le volume de la pyramide OABCD.
   c. En déduire le volume du pavé creusé.

Deuxième partie

Dans cette partie, on pose OL $= x$, où x est un nombre compris entre 0 et 5.
Le pavé creusé que l'on obtient est le socle en bois d'un trophée.
Sur ce socle, on pose une pyramide en verre OEFGH qui est un agrandissement de la pyramide OABCD, de rapport 2.



1. a. Calculer le volume de la pyramide OABCD en fonction de x.
   b. Montrer que le volume du socle en bois est $210 - 14x$.
2. Montrer que le volume de la pyramide en verre OEFGH est $112x$.
3. Calculer la valeur de x pour laquelle le volume de verre est égal à 2 fois le volume de bois.

Troisième partie

On considère les fonctions f et g définies par $f\ :\ x \longmapsto 210-14x$ et $g\ :\ x \longmapsto 112x$. Lorsque x est compris entre 0 et 5, la fonction f représente les variations du volume de bois et la fonction g représente les variations du volume de verre.

1. Représenter graphiquement les fonctions f et g pour x compris entre 0 et 5. Pour le repère, on prendra
   - l'origine en bas à gauche de la feuille ;
   - sur l'axe des abscisses, 2 cm pour 1 unité ;
   - sur l'axe des ordonnées, 1 cm pour 25 unités.
2. a. On veut que le volume de bois et le volume de verre soient égaux. En utilisant le graphique, donner une valeur approchée de x pour qu'il en soit ainsi (faire apparaître le tracé ayant permis de répondre).
   b. Retrouver ce résultat par un calcul.

Durée : 2 heures

∽ Brevet des collèges Reims ∽ septembre 2002

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES — 12 points

Dans toute cette partie, les résultats des calculs demandés doivent être accompagnés d'explications. Le barème en tiendra compte

EXERCICE 1

On donne $A = (2x-3)(x-4)-(2x-3)^2$.

1. Développer et réduire A.
2. Calculer A lorsque $x = \dfrac{3}{2}$, puis lorsque $x = 3\sqrt{2}$.
3. Factoriser A.
4. Résoudre l'équation $(2x-3)(-x-1) = 0$.

EXERCICE 2

Au cours de la diffusion d'un film dans une salle de cinéma de 288 places, dont toutes les places sont occupées, on a noté, dans un tableau, la répartition par tranches d'âges de tous les spectateurs.

1. Compléter le tableau ci-dessous en prenant soin de détailler le calcul de la fréquence en pourcentage de la classe d'âge [15 ; 25[.

Classe d'âge	Effectif	Fréquence en pourcentage
[15 ; 25[	90	
[25 ; 35[	54	
[35 ; 45[	72	
[45 ; 55[		
[55 ; 65[		12,50
Total	288	100

2. Calculer la moyenne de cette série statistique, en remplaçant chaque classe par sa valeur centrale (par exemple, la classe [15 ; 25[sera remplacée par la valeur 20, la classe [25 ; 35[sera remplacée par la valeur 30, etc.).

EXERCICE 3

Soit f la fonction affine telle que $f(x) = \dfrac{2}{3}x + 1$.

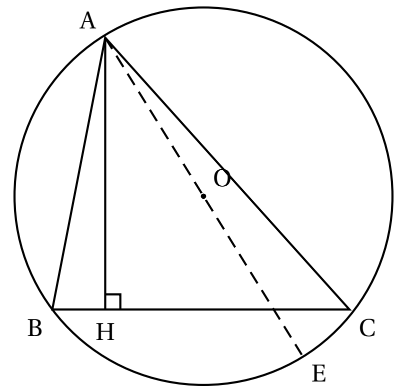
1. Quelle est l'image de 3 par la fonction f ? Quelle est l'image de -3 ?
2. Sur une feuille de papier millimétré, tracer la droite qui représente la fonction f (Sur les deux axes du repère orthonormal, l'unité de longueur choisie est 1 cm.)
3. Déterminer graphiquement le nombre x tel que $f(x) = 5$ et retrouver le résultat par le calcul.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES — 12 points

EXERCICE 1

La figure ci-dessous n'est pas à refaire sur la copie, Elle n'est pas donnée en vraie grandeur.

A, B et C sont trois points d'un cercle $\mathscr{C}$ (voir figure).
On sait que AB = 3 cm.
La hauteur AH mesure 2,5 cm.
On trace le diamètre [AE].

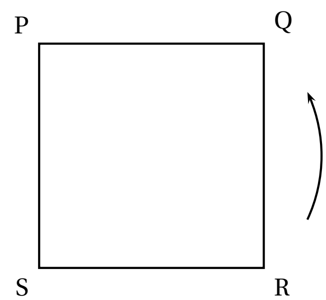


1. Quelle est la nature du triangle ACE? Justifier la réponse.
2. Expliquer pourquoi les angles $\widehat{\text{ABC}}$ et $\widehat{\text{AEC}}$ sont égaux.
3. En utilisant le triangle ABH, calculer la valeur exacte de $\sin\widehat{\text{ABH}}$ et en déduire la mesure de l'angle $\widehat{\text{AEC}}$ arrondie au degré

EXERCICE 2

1. Construire un triangle ABD tel que AB = 6 cm, AD = 8 cm et BD = 10 cm.
2. Démontrer que ce triangle est rectangle.
3. Placer le point C tel que $\overrightarrow{\text{BC}} = \overrightarrow{\text{AD}}$. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? Justifier la réponse.
4. Placer sur le segment [AB] le point K tel que AK = 4,5 cm, puis tracer la parallèle à (BD) passant par K. Elle coupe la droite (AD) en S. Calculer la longueur du segment [AS].

EXERCICE 3



PQRS est un carré. La flèche indique le sens direct.
Pour chacune des questions Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, une seule réponse est exacte.
Recopier, sans justification, cette bonne réponse sur la copie.

Q_1	$\overrightarrow{\text{PQ}} + \overrightarrow{\text{QR}} = \overrightarrow{\text{PR}}$	$\overrightarrow{\text{SR}} + \overrightarrow{\text{RQ}} = \overrightarrow{\text{QS}}$	$\overrightarrow{\text{SP}} + \overrightarrow{\text{PQ}} = \overrightarrow{\text{SR}}$
Q_2	$\overrightarrow{\text{SP}} + \overrightarrow{\text{SR}} = \overrightarrow{\text{QS}}$	$\overrightarrow{\text{RS}} + \overrightarrow{\text{RQ}} = \overrightarrow{\text{RP}}$	$\overrightarrow{\text{RQ}} + \overrightarrow{\text{RP}} = \overrightarrow{\text{RS}}$
Q_3	L'image de P par la translation de vecteur $\overrightarrow{\text{SR}}$ est R	R a pour image S par la translation de vecteur $\overrightarrow{\text{QP}}$	Les vecteurs $\overrightarrow{\text{PR}}$ et $\overrightarrow{\text{SQ}}$ sont égaux.
Q_4	L'image de Q par la rotation de centre R et d'angle 90° dans le sens indiqué sur la figure est P	L'image de Q par la rotation de centre R et d'angle 45° dans le sens indiqué sur la figure est P	L'image de Q par la rotation de centre R et d'angle 90° dans le sens indiqué sur la figure est S.

PROBLÈME **12 points**

Première partie

ABCDEF est un hexagone régulier inscrit dans un cercle $\mathscr{C}$ de centre O et de rayon R = 26 cm. On rappelle que tous les côtés de cet hexagone mesurent 26 cm (figure 1 ci-contre).
L'hexagone ABCDEF est la base d'une pyramide régulière de sommet S et de hauteur SO = 83 cm (figure 2).
Le point H est le milieu de [AB]. (On rappelle que les faces latérales de cette pyramide sont des triangles isocèles en S.)

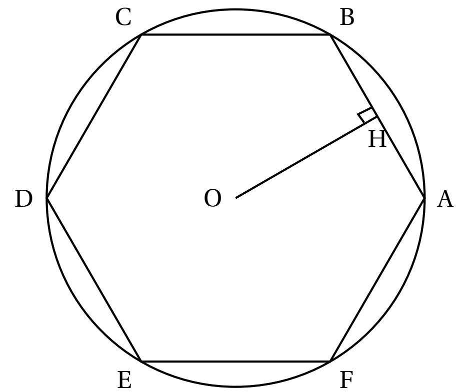


Figure 1

1. Le triangle SOB est rectangle en O. Calculer SB^2.
2. Que représente la droite (SH) pour le triangle SAB ? Justifier.
3. Montrer que SH= 86 cm.
4. Calculer, en cm^2, l'aire du triangle SAB.
5. En déduire que l'aire latérale de la pyramide (aire de la pyramide sans la base) est 6 708 cm^2.

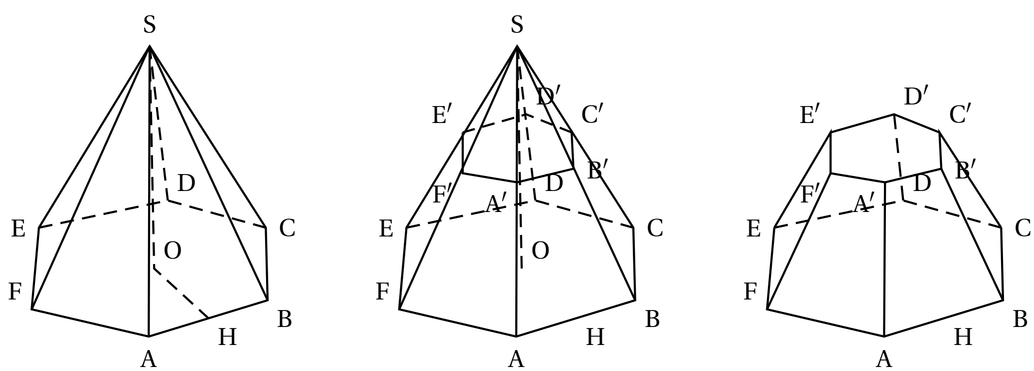


Figure 2 *Figure* 3 *Figure* 4

Deuxième partie

Pour fabriquer l'abat-jour d'une lampe, on a coupé cette pyramide d'un plan parallèle à la base (figure 3). On obtient ainsi un tronc de pyramide qui servira d'abat-jour (figure 4). Ainsi la pyramide SA′B′C′D′E′F′ est une réduction de la pyramide SABCDEF.

1. On donne SO′ = 33,2 cm.
   Calculer $\dfrac{\text{SO}'}{\text{SO}}$ et expliquer comment obtenir l'aire latérale de AB′C′D′E′F′ à partir de l'aire latérale de SABDCDEF.
   Calculer alors l'aire de l'abat-jour en cm^2.
2. On suppose maintenant que SO′ = x, avec $0 < x < 83$.
   Montrer que l'aire $\mathscr{A}$ de l'abat-jour vérifie :
   $\mathscr{A} = 6708 - \dfrac{6708}{6889}x^2$

Brevet des collèges Amérique du Sud novembre 2002

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

On considère les nombres suivants :

$$A = \frac{5}{4} + \frac{3}{5} \times 13 \quad B = \frac{1,6 \times 10^{-12}}{4 \times 10^{-9}} \quad C = 3\sqrt{20} - 7\sqrt{5} + 2\sqrt{125}.$$

En précisant les différentes étapes du calcul

1. Écrire A sous la forme d'une fraction, la plus simple possible.
2. Donner l'écriture scientifique de B.
3. Écrire C sous la forme $a\sqrt{b}$, avec a entier relatif et b entier le plus petit possible.

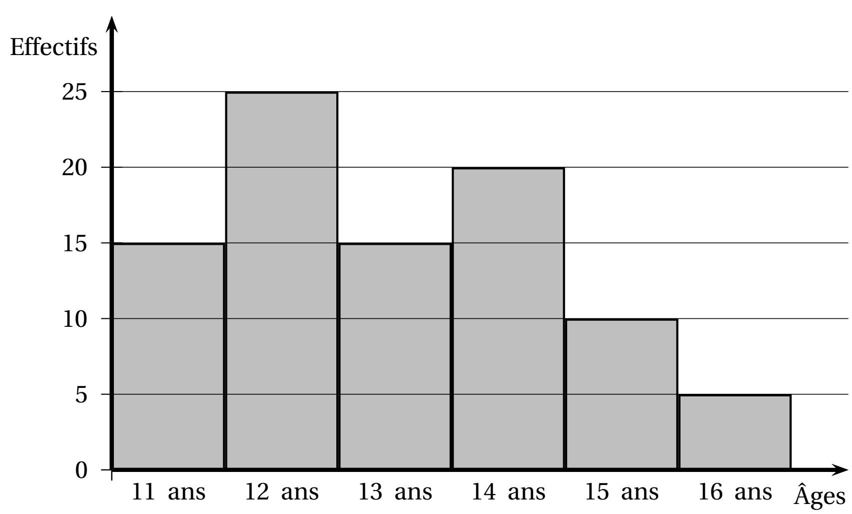
Exercice 2

On considère l'expression $D = (3x-5)(5-2x) - (3x-5)^2$.

1. Développer puis réduire D.
2. Factoriser D.
3. Résoudre l'équation $(3x-5)(-5x+10) = 0$.

Exercice 3

L'histogramme ci-dessous donne les âges de jeunes sportifs participant à un stage de judo.



1. Combien de jeunes participent au stage ?
2. Compléter le tableau ci-dessous. Les fréquences seront données à 0,1 % près.

Âge						
Effectifs						
Fréquences						

3. Quel est l'âge moyen des participants ?

Exercice 4

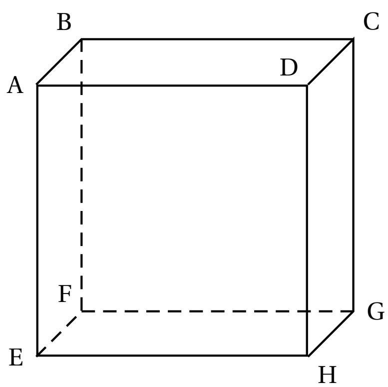
1. Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} x+y & = & 60 \\ 10x+3y & = & 355 \end{cases}$$

2. Pour un parterre de fleurs, un paysagiste achète un lot de 60 plants constitué de rosiers à 10 € pièce et d'iris à 3 € pièce.
   Le montant de la facture correspondant à cet achat est de 355 €.
   Combien achète-t-il de plantes de chaque sorte ?

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1



Soit ABCDEFGH un cube d'arête 5 cm.

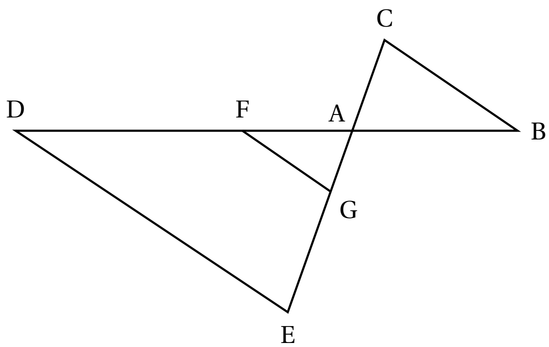
1. Dessiner en vraie grandeur le triangle AHG.
2. Calculer les valeurs exactes de AH et AG, puis une valeur arrondie à 0,1 degré près de la mesure de l'angle $\widehat{\text{HAG}}$.

Exercice 2

L'unité de longueur est le centimètre.
Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

1. Placer les points $E(-4\,;\,-1)$, $F(4\,;\,4)$ et $G(2\,;\,-1)$.
2. Calculer les coordonnées du milieu K du segment [EG].
3. Soit le point $H(4\,;\,-1)$.
   On admet que [FH] est la hauteur issue de F du triangle EFG et que FH = 5 cm.
   Calculer EG puis en déduire l'aire du triangle EFG.
4. Sachant que EF = $\sqrt{89}$ cm, en déduire la longueur h de la hauteur issue de G dans le triangle EFG.
   On donnera la valeur exacte de h.

Exercice 3

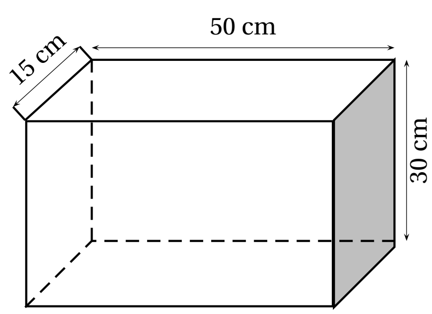


L'unité de longueur est le centimètre.
La figure ci-dessus n'est pas à l'échelle.
Les points D, F, A et B sont alignés.
Les points E, G, A et C sont alignés,.
Les droites (DE) et (FG) sont parallèles.
AF = 5 ; FG = 3 ; AG = 4 ;
DE = 7,5 ; AC = 3 ; AB = 3,75.

1. Démontrer que le triangle AFG est un triangle rectangle.
2. **a.** Calculer AD ; en déduire FD.
   b. Calculer AE ; en déduire EC.
3. Démontrer que les droites (FG) et (BC) sont parallèles.

PROBLÈME **12 points**

Partie A



Une cartonnerie fabrique des boîtes pour des bouteilles de vin. Chaque boîte a la forme d'un parallélépipède rectangle. L'unité de longueur est le cm ; l'unité d'aire est le cm^2.

1. **a.** Préciser la nature des faces de ces boîtes et leurs dimensions.
   b. Montrer que l'aire totale des faces de la boite est 5 400 cm^2.
2. Sachant que pour les découpes il faut prévoir 20 % de plus de carton, combien de m^2 de carton seront nécessaires pour fabriquer 100 boîtes.

Partie B
Pour expédier ses boîtes le fabricant a le choix entre deux transporteurs :
— Inter Transport ;
— Transport Express.
Le tarif de la société Inter Transport comporte une partie fixe de 30 € et 2 € par boîte.
Le tarif de la société Transport Express est de 2,25 € par boite.

1. Compléter le tableau suivant :

Nombre de boîtes expédiées		50	100	120	150	200
Prix payé	Inter Transport					
	Transport Express					

2. On note x le nombre de boîtes expédiées.
   Exprimer en fonction de x le prix P_1 payé à la société Inter Transport et le prix P_2 payé à la société Transport Express.
3. On considère les fonctions suivantes :

— la fonction linéaire $f \quad : x \longmapsto 2,25x$;
— la fonction affine $g \quad : x \longmapsto 2x + 30$.

Sur une feuille de papier millimétré, tracer, dans un repère (O, I, J) les droites D_1 et D_2 qui représentent respectivement les fonctions f et g.

On placera l'origine du repère en bas et à gauche de la feuille de papier millimétré.

On prendra 1 cm pour 10 unités en abscisses et 1 cm pour 15 unités en ordonnées.

4. Résoudre graphiquement le système suivant :

$$\left\{\begin{array}{lcl} y & = & 2,25x \\ y & = & 2x+30 \end{array}\right.$$

5. En utilisant une lecture du graphique réalisé à la question 3., préciser dans quel cas le fabricant doit choisir la société Inter Transport.

Durée : 2 heures

Brevet des collèges Nouvelle-Calédonie décembre 2002

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES 12 points

EXERCICE 1

Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b entiers, b le plus petit possible :

$$2\sqrt{28}+5\sqrt{63}-3\sqrt{112}$$

Exercice 2

Soit l'expression

$$A = 9x^2-49+(3x+7)(2x+3).$$

1. Développer l'expression A.
2. Factoriser $9x^2-49$; puis l'expression A.
3. Résoudre l'équation $(3x+7)(5x-4)=0$.

Exercice 3

1. Quelles sommes représentent 3,85% de 150 000 €, de 378 000 €, de 500 000 €, puis de 1 000 000 € ?
2. Quel pourcentage, valeur arrondie au centième près, de 500 000 € représentent 14 553 € ?
3. Quel pourcentage, valeur arrondie au centième près, de 1 000 000 € représentent 14 553 € ?

TRAVAUX GÉOMÉTRIQUES 12 points

Exercice 1

1. Construire un carré ABCD et le triangle équilatéral ABE, extérieur à ABCD, ayant le côté commun [AB] tel que AB = 4 cm.

   Construire O le centre de gravité de ABE.
2. Construire $A_1B_1C_1D_1$ image de ABCD par la rotation $\mathscr{R}$ de centre O et d'angle 120°, dans le sens des aiguilles d'une montre.
3. Construire $A_2B_2C_2D_2$ image de $A_1B_1C_1D_1$ par la même rotation.
4. Quelle est la rotation qui transforme ABCD en $A_2B_2C_2D_2$?
5. Quelle est l'image de $A_2B_2C_2D_2$ par la rotation $\mathscr{R}$?

Exercice 2

1. Tracer le triangle REC tel que RE = 7,5 cm ; RC = 10 cm et EC = 12,5 cm.
2. Montrer que le triangle REC est rectangle en R.
3. Calculer, valeurs arrondies au degré près, les angles de ce triangle.

PROBLÈME **12 points**

Dans une classe, on a relevé les notes obtenues par les élèves.

1. Recopier et compléter le tableau ci-dessous :

Notes	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Effectifs cumulés croissants	1	0	4	0	7	3	2	0	1	3	2	0	0	0	2
Fréquences en %															
Angles du diagramme circulaire															

2. Combien d'élèves ont eu une note strictement inférieure à 12 ?
3. Quelle est la médiane de ce relevé de notes ?
4. Calculer la moyenne de cette classe pour ce devoir.
5. Quelle note devrait obtenir un 26$^{\text{e}}$ élève pour que la moyenne de cette classe soit exactement égale à 12 ?

∽ Brevet - Nouvelle-Calédonie mars 2003 ∾

Activités numériques **12 points**

Exercice 1

Calculer A et B et présenter les résultats sous forme de fractions irréductibles.

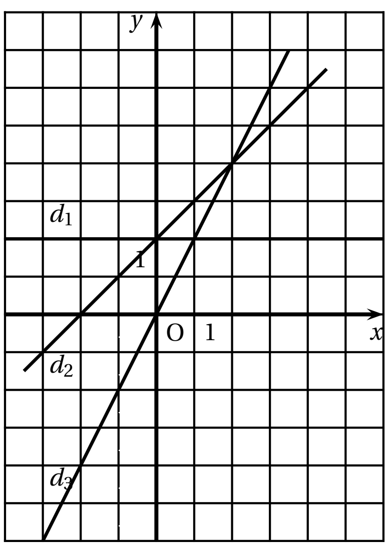
$$\mathrm{A} = \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right) + \frac{7}{6} \qquad \mathrm{B} = \frac{5 \times 10^8 \times 6 \times 10^3}{2 \times \left(10^4\right)^3}.$$

Exercice 2

On pose $\mathrm{E} = (3x-1)(x+5) - (3x-1)^2$.

1. Développer et réduire E.
2. Factoriser E.
3. Résoudre l'équation $(3x-1)(-2x+6) = 0$.

Exercice 3



On considère les fonctions f, g et h définies par :
$f(x) = x+2$, $g(x) = 2$, $h(x) = 2x$.
Recopier et compléter le tableau ci-dessous en associant à chacune d'elles la droite qui lui correspond dans le repère.

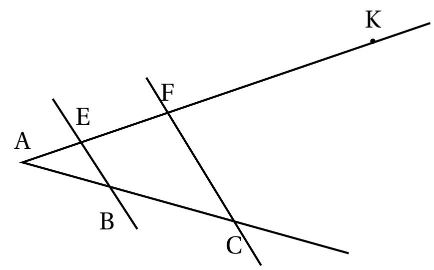
Fonction affine	Droite correspondante
$f(x) = x+2$	
$g(x) = 2$	
$h(x) = 2x$	

Activités géométriques **12 points**

Exercice 1

Les droites (BE) et (FC) sont parallèles.
AB = 6 cm, AC = 15 cm et AF = 12 cm.

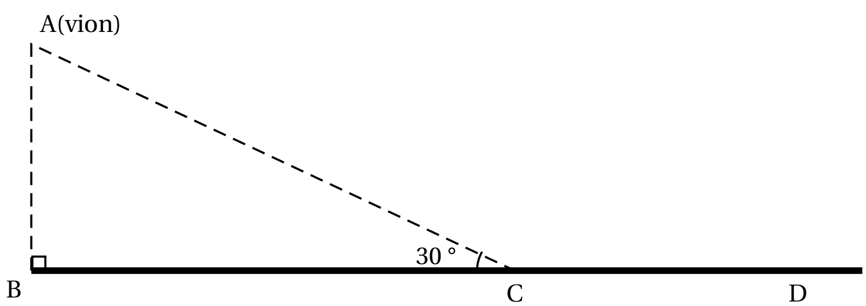
1. Calculer la longueur AE.
2. Sachant que AK = 30 cm, démontrer que les droites (BF) et (CK) sont parallèles.
3. Sachant que FC = 9 cm, démontrer que le triangle AFC est rectangle en F.



Exercice 2

Un avion, de tourisme est en phase d'approche de l'aérodrome de Magenta suivant le trajet AC.
On donne :

— altitude de l'avion : AB = 1058 m ;
— $\widehat{ACB} = 30ř$.



1. Démontrer que la longueur AC qu'il reste à parcourir à l'avion pour rejoindre le point d'atterrissage C est égale à 2 116 m.
2. Sachant que cet avion se déplace de A vers C avec une vitesse constante v de 92 mètres par seconde, calculer le temps qu'il mettra pour parcourir la distance AC.
3. Trouver, en mètres (arrondis au dixième), la distance CD nécessaire à l'arrêt de l'appareil ; cette distance se calcule grâce à la formule suivante :
   $\text{CD} = \dfrac{2v^2 + 6600}{25}$ où v est la vitesse en mètres par seconde de l'appareil lorsqu'il touche le sol en C.

Problème **12 points**

On se placera dans un repère orthonormé (O, I, J) *où l'unité est le centimètre et on complétera la figure au fur et à mesure des questions.*

1. Tracer ce repère et placer les points A(1 ; 5), B(−1 ; 3) et K(7 ; −1).
2. On appelle G le milieu du segment [BK]. montrer par le calcul que les coordonnées du point sont (3 ; 1), puis le placer sur la figure.
3. Construire le point R symétrique du point A par rapport au point G. lire les coordonnées du point R sur le graphique.

4. Montrer que BK $= 4\sqrt{5}$ cm.

5. Sachant que RA $= 4\sqrt{5}$ cm, montrer, sans nouveau calcul, que ABRK est un rectangle.

6. Tracer le cercle $(\mathscr{C})$ de diamètre [BK] et montrer que son rayon GB est égal à $2\sqrt{5}$ cm.

7. Placer le point $E(1~;~-3)$; calculer GE et en déduire que ce point E appartient au cercle $(\mathscr{C})$.

8. En déduire, sans aucun calcul, que le triangle BEK est rectangle en E.

∽ Brevet - Bordeaux Série professionnelle juin 2002 ∾

Première partie 12 points

1. **a.** Calculer la valeur exacte de A :

$$A = 5 - 8 \times 2 + 6$$

b. Calculer la valeur de B en arrondissant le résultat au dixième :

$$B = \frac{3}{7} \times 19$$

2. Calculer la valeur numérique de C pour $x = 3$

$$C = 16 - 2x$$

3. Recopier et compléter :

$$\sqrt{4 \times \ldots} = 6 \quad ; \quad 5^2 \times 5^3 = 5^{\cdots}$$

4. Résoudre l'équation suivante :

$$8x - 3 = 1$$

5. Quand on enlève 8 % du salaire brut pour diverses charges sociales, on obtient le salaire net.

   a. Si le salaire brut est de 1 575 euros, calculer le montant des charges salariales.

   b. Calculer le salaire net.

6. Dans un triangle équilatéral, la mesure h d'une hauteur est donnée par la relation :
$h = a \times \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ où a est la mesure de la longueur d'un côté.
Calculer la mesure de h en cm lorsque le côté a mesure 4 cm. (Arrondir le résultat au mm).

Deuxième partie 12 points

VOUS TRAITEREZ **AU CHOIX** LA PARTIE GÉOMÉTRIE OU LA PARTIE STATISTIQUE

PARTIE GÉOMÉTRIE

On se propose de construire un ove, figure géométrique ayant la forme d'un œuf.

1. Construction

Un segment horizontal [AB] de longueur 12 cm est tracé sur l'ANNEXE 1.

- **a.** Construire la médiatrice de [AB].
- **b.** Tracer le cercle de diamètre [AB] et de centre O. Il coupe la médiatrice de [AB] en M et N.

  M est au-dessus de [AB].
- **c.** Tracer l'arc de cercle de centre A et de rayon [AB]. Il coupe la demi-droite [AM) en P.
- **d.** Tracer l'arc de cercle de centre B et de rayon [BA]. Il coupe la demi-droite [BM) en Q.
- **e.** Joindre les points P et Q par un arc de cercle de centre M.

  Colorier le contour de l'ove AQPBN obtenu.

2. Calculs

- **a.** Quelle est la nature du triangle OBM ? Justifier la réponse.
- **b.** Calculer la mesure de l'angle ABM, en degré.
- **c.** En utilisant le théorème de Pythagore, calculer la mesure de la longueur BM, l'unité étant le cm.

  En déduire la mesure de la longueur MQ.

PARTIE STATISTIQUE

Dans une usine, la fabrication de tiges métalliques découpées par une machine nécessite une surveillance rigoureuse.

Pour cela un ouvrier effectue régulièrement un prélèvement de 50 pièces afin de mesurer leur longueur en centimètre.

1. Compléter le tableau de l'ANNEXE 2.

2. On suppose que l'effectif de chaque classe est affecté au centre de classe.

Calculer la longueur moyenne des tiges prélevées.

Arrondir les résultats au mm.

3. Sur la feuille de papier quadrillé de l'ANNEXE 2, tracer l'histogramme des effectifs.

Arrondir les résultats au mm.

Troisième partie **12 points**

Afin de restaurer sa maison, Jean doit se faire livrer des matériaux. Pour cela, il a le choix entre deux entreprises qui proposent les tarifs suivants :
- entreprise A : un forfait de 40 € plus 0,50 € par km.
- entreprise B : un forfait de 50 € plus 0,20 € par km.

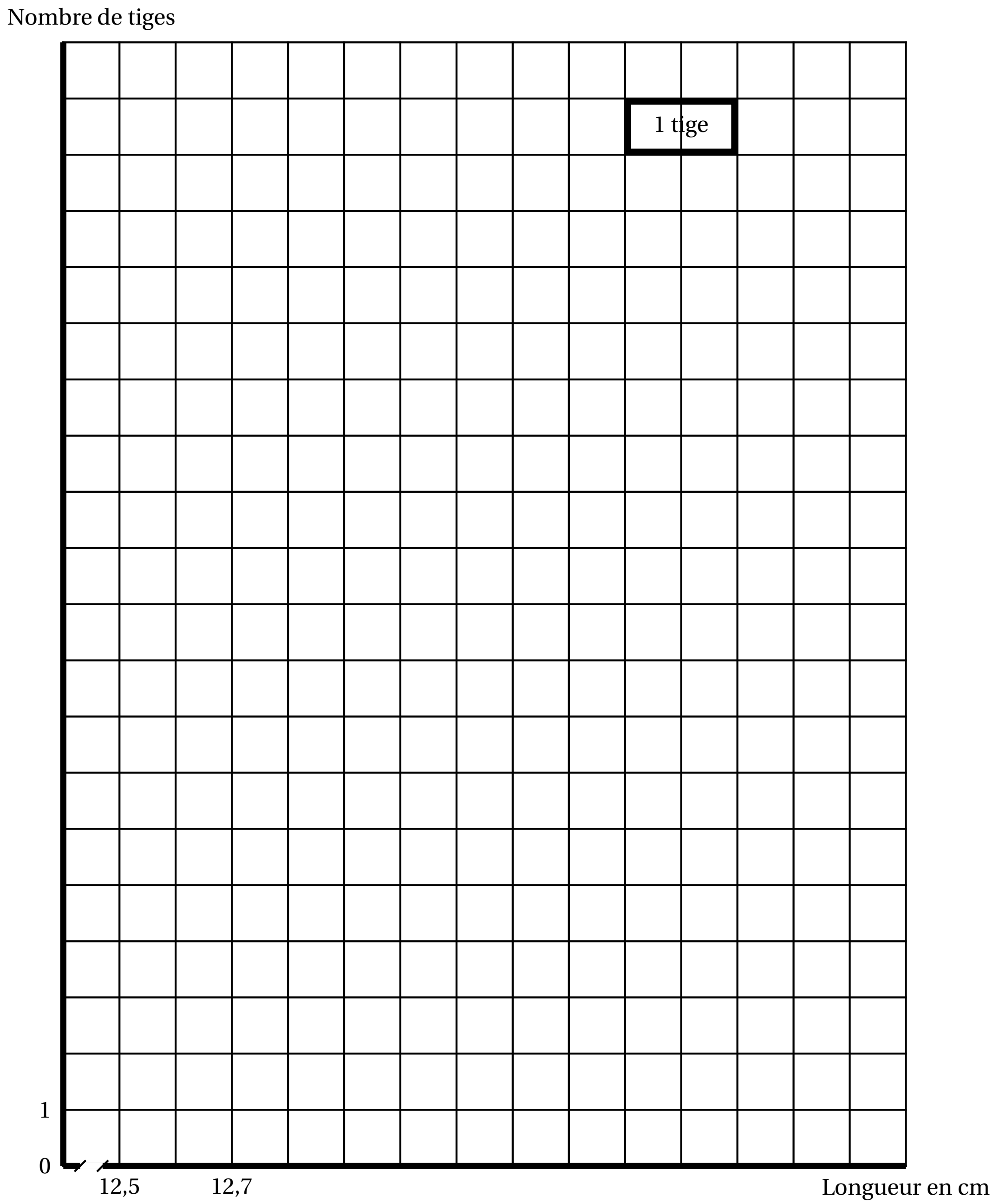
Dans tout ce problème, les prix sont exprimés en euro (€) et les distances en kilomètre.

1. Calculer le montant à payer l'entreprise A pour une livraison à une distance de 50 km.
2. Calculer le montant à payer à l'entreprise B pour une livraison une distance de 50 km.
3. Soit x la distance parcourue pour la livraison. Pour x compris entre 0 et 100 km :
   - **a.** La portion de la droite (D_1) tracée dans le plan rapport au repère de l'ANNEXE 3 représente le prix y_A à payer à l'entreprise A en fonction de x.
     Compléter le tableau 1 de l'ANNEXE 3.
   - **b.** Le montant à payer y_B à l'entreprise B est donné par la relation $y = 0,20x + 50$.
     Compléter le tableau 2 de l'ANNEXE 3.
   - **c.** Placer les points de coordonnées (x_B ; y_B) du tableau 2, et les relier par une droite. On obtient la droite (D_2).
4. Quelle est l'entreprise la moins chère pour Jean qui habite à 40 km de ces deux entreprises ? Justifier la réponse.

ANNEXE 1

ANNEXE 2

Longueur en cm	Nombre de tiges n_i	Fréquence en %	Centre de classe x_i	$n_i \times x_i$
[12,5 ; 12,7[	4			
[12,7 ; 12,9[	6			
[12,9 ; 13,1[	20			
[13,1 ; 13,3[				
[13,3 ; 13,5[	5			
Total		100		



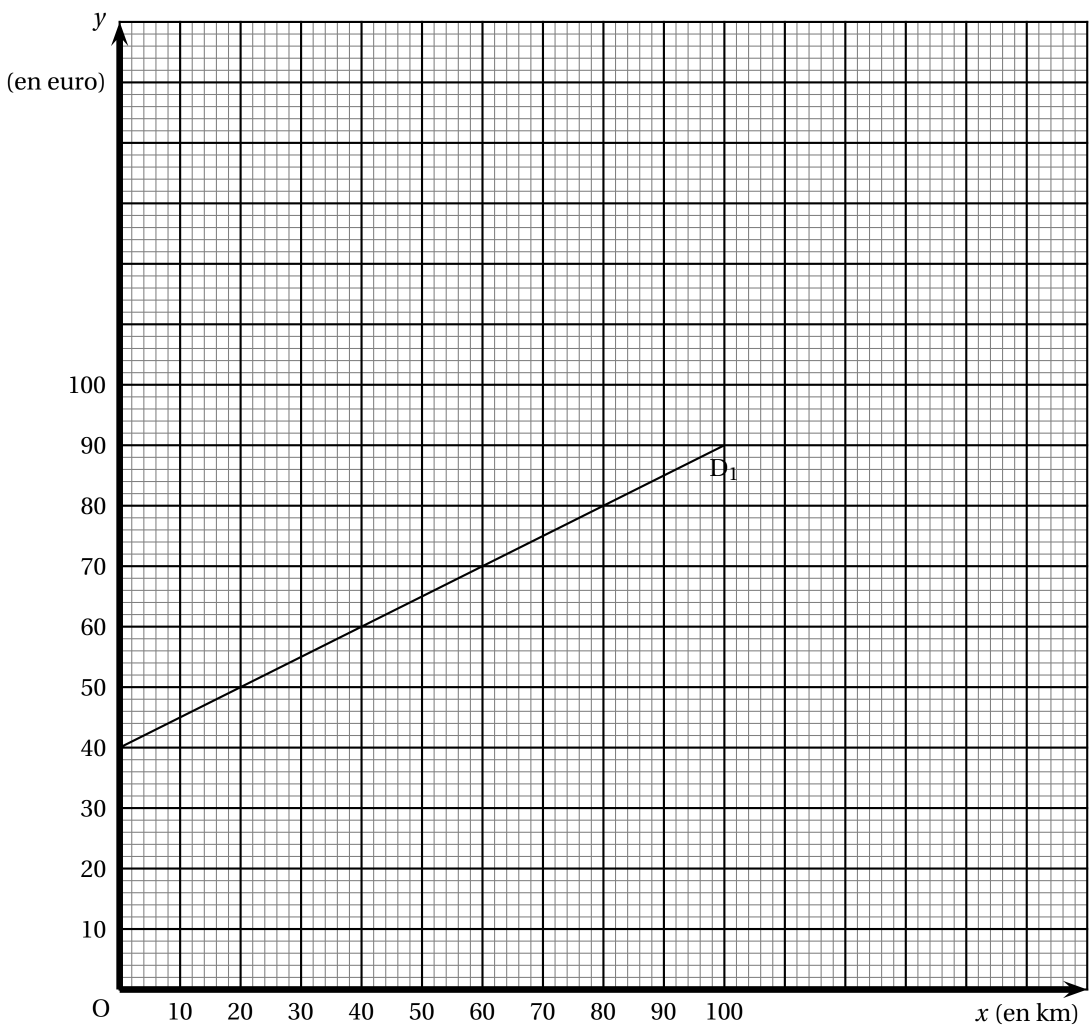
ANNEXE 3

Tableau 1

x	0	40	100
y_A			

Tableau 2

x	0	50	100
y_B			



∽ Brevet technologique - Bordeaux juin 2002 ∾

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

À traiter obligatoirement

1. Effectuer les calculs suivants en précisant les étapes :

$$A = -7 - (2-7) + 8 \times \frac{1}{2} \qquad B = 5(3-8) - 2(-1-3)$$

2. On donne les quatre fractions :

$$C = -\frac{1}{2} \quad ; \quad D = \frac{7}{5} \quad ; \quad E = -\frac{4}{3} \quad ; \quad F = \frac{3}{10}$$

a. Ranger ces fractions dans l'ordre croissant.

b. Calculer : D + E.

c. Calculer : E × F.
Les résultats seront donnés sous la forme de fractions irréductibles.

3. Calculer la valeur numérique de l'expression : $G = 3,8 \times 10^5 \times 5 \times 10^3$.
Donner le résultat :

a. sous la forme d'un nombre décimal ;

b. en notation scientifique.

4. Développer et réduire :

$$H = 3(x-5) + 5x \quad ; \quad J = (x-2)(x+3)$$

5. Résoudre les équations :

- $8x - 5 = 3x + 2$;
- $\frac{5}{2} = \frac{y}{3}$.

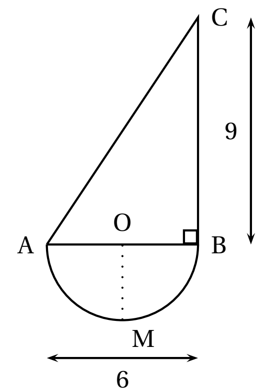
DEUXIÈME PARTIE **12 points**

Le candidat doit traiter au choix soit l'exercice A, soit l'exercice B.

EXERCICE A : GÉOMÉTRIE

LES CONSTRUCTIONS DEMANDÉES SE FERONT SUR L'ANNEXE 1.

On donne la figure ci-contre.
OA = OB = OM ; AB = 6cm ; BC = 9cm.
Le triangle ABC est rectangle en B.



1. Représenter cette figure sur l'annexe 1 à grandeur réelle, en respectant les cotes notées en cm.
2. Indiquer l'échelle utilisée pour le dessin donné ci-contre (justifier votre réponse).
3. Tracer la figure symétrique de la figure AMBCA par rapport à l'axe (BC).
4. En utilisant la relation de Pythagore, calculer, en centimètre, la longueur réelle du segment [AC] (arrondir à 0,1).
5. Calculer, en centimètre, le périmètre réel de la figure AMBCA (arrondir à 0,1
6. En utilisant $\tan\widehat{BAC}$, calculer, en degré, la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$ (arrondir à l'unité).
7. Tracer la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$. Passe-t-elle par le point O ? Justifier la réponse.
8. Tracer la droite passant par O et parallèle à (AC). Elle coupe (BC) en D.
   a. Quelle est la nature du quadrilatère AODC ?
   b. Calculer en cm^2, I*aire du triangle ABC.
   c. On admet que le point D est le milieu de [BC]. Calculer en cm^2 l'aire du triangle OBD.
   d. Calculer en cm^2 l'aire du quadrilatère AODC.

Formulaire : Périmètre du cercle : $\pi \times$ D ;
Aire du triangle : $\dfrac{1}{2} \times b \times h$.

EXERCICE B : STATISTIQUES

Dans un collège de 480 élèves, le bureau du foyer a procédé à deux enquêtes sur la totalité de la population scolaire.
Enquête 1 : Temps consacré chaque semaine par les élèves à regarder la télévision :

Durée (en h)	**Effectif :** n
[0 ; 4[	15
[4 ; 8[	60
[8 ; 12[	135
[12 ; 20[	150
[20 ; 28]	120
Total	480

Enquête 2 : Les types de musique préférés par les élèves :

Type	**Effectif**
Rock	120
Rap/Raï	110
Techno	80
Variété française	80
Variété étrangère	70
Autre	20
Total	480

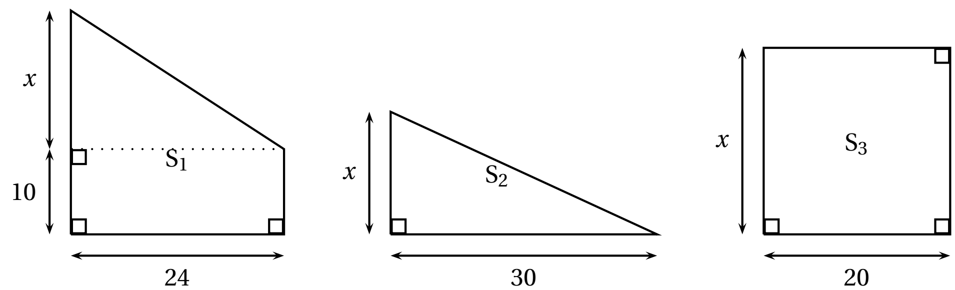
Répondre aux questions 1 et 2 sur l'annexe 2 (À REMETTRE AVEC LA COPIE)

1. **a.** Compléter le tableau 1 ;
   b. Calculer, en heure, la durée moyenne hebdomadaire. consacrée à regarder la télévision (arrondir à l'unité).
2. Compléter le tableau 2.
   Répondre aux questions 3 et 4 sur l'annexe 3 (À REMETTRE AVEC LA COPIE)
3. Représenter les résultats du tableau 2 par un diagramme circulaire (ne pas oublier la légende).
4. Le prix moyen d'un CD a augmenté entre octobre 2001 et juin 2002.
   Prix du CD en octobre 2001 : 130 F ;
   Prix du CD en juin 2002 : 22 euros.
   1 euro = 6,55957 F
   Calculer, en euro, le montant de l'augmentation (arrondir à 0,01).

TROISIÈME PARTIE **12 points**

À traiter obligatoirement

Dans un atelier de découpe de cartons. on peut fabriquer trois modèles de surfaces S_1, S_2, et S_3 d'aires respectives A_1, A_2 et A_3.
Chaque modèle est défini par une (ou deux) cotes fixe(s) et une cote x variable, voir schémas ci-dessous non à l'échelle (**les cotes sont en centimètre**).



On sait que x peut varier de 0 à 40.

1. Dans le cas où $x = 24$ calculer, en cm^2 les aires $\mathscr{A}_1$, $\mathscr{A}_2$ et $\mathscr{A}_3$ des surfaces S_1, S_2 et S_3.
RAPPEL : aire du triangle $\dfrac{1}{2} \times b \times h$; aire du rectangle = longueur × largeur

2. On donne les quatre fonctions f, g, h et k définies par :

$$f(x) = 15x \quad ; \quad g(x) = 12x + 240 \quad ; \quad h(x) = 20x \quad ; \quad k(x) = 30x.$$

Recopier sur votre copie le tableau ci-dessous.
Cocher les cases qui établissent la correspondance existant entre certaines de ces fonctions et les expressions des aires $\mathscr{A}_1$, $\mathscr{A}_2$ et $\mathscr{A}_3$.
(une case a déjà été cochée et il n'y a qu'une croix par colonne)

	$\mathscr{A}_1$	$\mathscr{A}_2$	$\mathscr{A}_3$
$f(x) = 15x$		×	
$g(x) = 12x + 240$			
$h(x) = 20x$			
$k(x) = 30x$			

3. Recopier et compléter le tableau de valeurs, ci-dessous

x	0	18	25	40
$f(x) = 15x$				
$g(x) = 12x + 240$				
$h(x) = 20x$				

4. La fonction f définie par $f(x) = 15x$, pour x variant de 0 à 40, est représentée graphiquement dans l'annexe n° 4. Sur cette annexe et dans le même repère, représenter graphiquement les fonctions g et h (pour x variant de 0 à 40).

5. **a.** Lire graphiquement chacune des valeurs $f(x)$, $g(x)$ et $h(x)$ pour $x = 24$ (faire apparaître les tracés qui permettent de lire ces valeurs). Noter les réponses sur votre copie.

   b. Comparer ces valeurs avec celles de $\mathcal{A}_1$, $\mathcal{A}_2$ et $\mathcal{A}_3$ obtenues à la question **1)**.

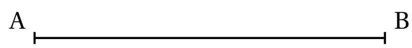
6. **a.** Déterminer graphiquement la valeur de x pour laquelle on a $g(x) = h(x)$. (Faire apparaître le tracé qui permet de lire cette valeur).

   b. Résoudre l'équation : $12x + 240 = 20x$.

   c. Comparer avec la valeur obtenue graphiquement.

   d. En déduire la cote x pour laquelle ces surfaces S_1 et S_3 ont la même aire.

ANNEXE N° 1 (À remettre avec la copie)



ANNEXE N° 2 (À remettre avec la copie)

1. Tableau 1 (Enquête 1) **a**

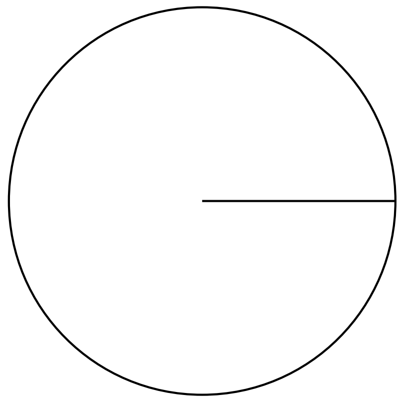
Durée (en h)	Effectif n	Centre de classe x	Produit : $x \times n$
[0 ; 4[	15	2	30
[4 ; 8[	60		
[8 ; 12[	135		
[12 ; 20[	150		
[20 ; 28[	120		
Total	480		

b. Calcul de la moyenne :

2 Tableau 2 (Enquête 2)

Type	Effectif	Fréquence en % (arrondi à l'unité)	Angle au centre en degré (arrondi à l'unité)
Rock	120	25	90
Rap/Raï	110		
Techno	80		
Variété française	80		
Variété étrangère	70		
Autre	20		
Total	480	100	360

ANNEXE N^{o} 3 (À remettre avec la copie)



4. Solution de la question 4

ANNEXE N° 4 (À remettre avec la copie)