Aix–Marseille–Toulouse juin 1997

PARTIE NUMÉRIQUE

Exercice 1

Calculer et donner la valeur exacte la plus simple des nombres suivants :

$A = 36 - 6 \times 4 \qquad B = 4\sqrt{75} - 5\sqrt{3}$

$C = \dfrac{10+5}{10-5} \qquad D = \left(2\sqrt{3} - 5\right)\left(2\sqrt{3} + 5\right)$

$E = \sqrt{100} - 64 \qquad F = \left(4 - \dfrac{2}{3}\right)\left(2 - \dfrac{4}{3}\right).$

Exercice 2

On considère l'expression $E = (3x-5)^2 - (3x-5)(x+2)$.

1. Développer et réduire E.
2. Calculer E pour $x = 2$.
3. Factoriser E.
4. Résoudre l'équation : $(3x-5)(2x-7) = 0$.

Exercice 3

Au théâtre, le prix normal d'un billet d'entrée est de 120 F.

1. Certains spectateurs peuvent bénéficier d'une réduction de 20 %.
   Combien paient-ils leur entrée ?
2. Un groupe de 25 personnes va au théâtre, certaines parmi elles paient 120 F et d'autres 96 F.
   Sachant que pour les 25 entrées le groupe a payé 2 784 F, trouver le nombre de billets à 120 F et le nombre de billets à 96 F vendus à ce groupe.

PARTIE GÉOMÉTRIQUE

Exercice 1

Le plan est rapporté à un repère orthonormal (unité : 1 cm).
On donne la droite (D) d'équation $y = 2x - 1$, le point A de coordonnées $(2 ; 3)$ et le point B de coordonnées $(0 ; 5)$.

1. Placer les points A et B.
2. Montrer que le point A est sur la droite (D).
3. Construire la droite (D).
4. Calculer :
   — les coordonnées du milieu I de [AB] ;
   — la distance AB ;

— les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

5. (Δ) est une droite perpendiculaire à (D). Quel est son coefficient directeur ?

6. (Δ) est la droite perpendiculaire à (D) qui passe par le point B ; tracer la droite (Δ) et, sans calcul, donner une équation de (Δ).

Exercice 2

On considère le triangle ABC rectangle en A tel que AB = 5, BC = 9, l'unité étant le cm.

1. Construire le triangle ABC en vraie grandeur.

2. Calculer la valeur exacte de AC.

3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ à un degré près par défaut.

4. Le cercle de centre B et de rayon AB coupe le segment [BC] en M. La parallèle à la droite (AC) qui passe par M coupe le segment [AB] en N.
— Compléter la figure.
— Calculer la valeur exacte de BN.

PROBLÈME

Dans tout le problème, l'unité est le mètre.

1. Un moulin à vent est constitué d'un cylindre surmonté d'un cône de révolution (figure 1).

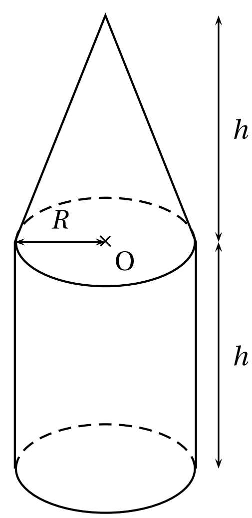

figure 1

Le cylindre et le cône ont la même hauteur et une base commune de centre O et de rayon R.

a. Exprimer le volume du cylindre et du cône en fonction de R et de h.

b. En déduire que le volume du moulin est égal à $\dfrac{4\pi R^2 h}{3}$.

c. On donne $R = 3$ et $h = 5$.
Calculer la valeur arrondie à 1m^3 près de ce volume.

2. Les ailes du moulin sont représentées par la région des arrondis de la figure 2.

ABCD est un carré de centre O et de 12 mètres de côté.

Les triangles OMN, OPQ, ORS et OUT sont isocèles en O.

On pose MN = x.

a. Exprimer en fonction de x l'aire du triangle OMN. En déduire que l'aire des ailes du moulin est égale à $144 - 12x$.

b. Déterminer la valeur de x pour laquelle l'aire des ailes est égale à 36 m^2.

c. On suppose que $x = 9$.

— Calculer OM.

— Montrer que le périmètre des ailes du moulin est égal à 72 m.

3. Dans cette question, on suppose que $x = 9$.

On a réalisé une maquette de ce moulin au 1/20.

Calculer :

a. le périmètre des ailes de la maquette ;

b. l'aire des ailes de la maquette ;

c. le volume de la maquette du moulin (on utilisera le résultat du 1. c. et on donnera la réponse en m^3 arrondie au millième).

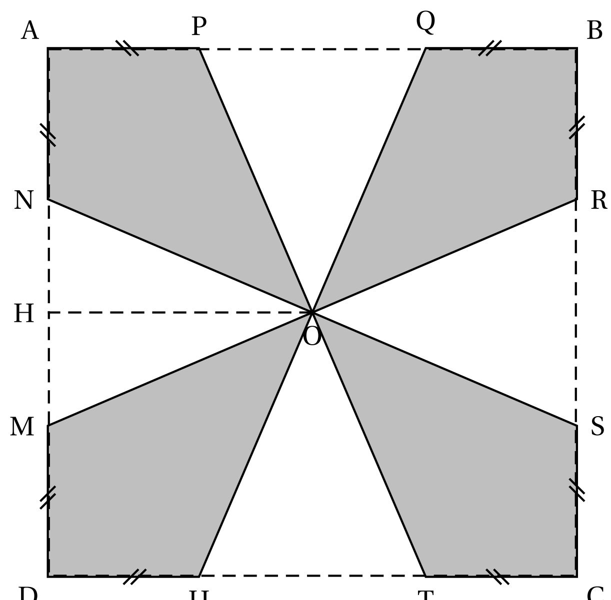

figure 2