

∞ Brevet Aix-en-Provence juin 1980 ∞

Algèbre

Exercice 1

On considère l'application f de \mathbb{R} dans \mathbb{R} telle que

$$f(x) = (1 - 4x) \left(\frac{3}{2}x - 1 \right).$$

1. Écrire $f(x)$ sous la forme d'un polynôme réduit et ordonné.

2. Calculer $f(\sqrt{3})$.

En déterminer la valeur approchée par défaut à 10^{-4} près.

On donne $1,73205 < \sqrt{3} < 1,73206$.

3. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation

$$-12x^2 + 11x - 2 = 0.$$

4. Factoriser

$$-\frac{15}{4}x^2 + \frac{11}{2}x - 2.$$

On pourra utiliser le 1.

Exercice 2

1. x et y désignent deux réels. Résoudre le système

$$\begin{cases} 4x - y - 2 = 0 \\ x + y - 3 = 0 \end{cases}$$

2. Soit un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) de votre choix.

Représenter graphiquement l'ensemble des solutions de chaque équation.

Retrouver graphiquement le résultat de la première question.

Exercice 3

Partie A

Un plan est rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . On considère les points

$$A(3; 5), \quad I(4; 1) \quad \text{et} \quad B(8; 2).$$

1. Calculer les coordonnées des points A' et B' symétriques respectivement de A et de B par rapport à I .

2. On donne le point $C(5; -3)$.

Calculer $d(A, B)$ et $d(B, C)$. Calculer $d(O, B)$ et $d(A, C)$.

3. Montrer que les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{BC} sont orthogonaux.
Montrer que les vecteurs \overrightarrow{OB} et \overrightarrow{AC} sont orthogonaux.
4. Quelle est la nature du quadrilatère (A, B, C, O) ?

Partie B

On appelle M le milieu de (A, B).

1. Calculer les coordonnées de M.
2. Soit E(7; 6). Comparer les directions des droites (OA) et (ME).
Le point I appartient-il à la droite (EM) ?
Justifier la réponse.
3. Écrire une équation de la droite (AB).