

∞ Brevet Élémentaire du Premier Cycle ∞

Aix-en-Provence– Marseille juin 1969

ENSEIGNEMENT LONG ET ENSEIGNEMENT COURT.

ALGÈBRE

1. Vérifier l'égalité

$$(x-3)^2(x+6) = x^3 - 27x + 54.$$

2. Étudier le signe de $x^3 - 27x + 54$, suivant les valeurs attribuées à x .
3. Calculer la racine carrée de 20,25.
4. Soit la fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{(x+1,5)^2 - 20,25}{x^3 - 27x + 54}.$$

Pour quelles valeurs de x n'est-elle pas définie?

Simplifier $f(x)$ et résoudre l'inéquation $f(x) < -\frac{1}{3}$.

GÉOMÉTRIE

Un cercle (\mathcal{C}) admet pour diamètre $[AB]$; O est le milieu de $[AB]$; la droite $x'x$ est la tangente en A au cercle (\mathcal{C}); la droite $y'y$ est la tangente en B au cercle (\mathcal{C}).

Une demi-droite quelconque, $[Az)$, recoupe (\mathcal{C}) en P et coupe $y'y$ en Q .

On suppose $\widehat{BAz} < 45^\circ$.

Soit M le point de la demi-droite $[Az)$ tel que $AM = PQ$; la droite BM coupe $x'x$ en S .

1. Démontrer l'égalité

$$BQ \cdot AM = AS \cdot QM$$

et la relation

$$(\alpha) \quad BQ \cdot AM = AS \cdot AP.$$

2. Démontrer l'égalité

$$BQ^2 = QA \cdot QP,$$

ainsi que les relations

$$(\beta) \quad BQ^2 = QA \cdot AM \quad \text{et} \quad (\gamma) \quad AB^2 = AP \cdot AQ.$$

3. Dédire des relations (α) , (β) et (γ) la relation

$$BQ^3 = AB^2 \cdot AS.$$

4. On suppose que $OA = 5$ cm et $BQ = 5\sqrt{2}$ cm.

Calculer AS , \widehat{BOQ} et \widehat{ASO} .

En déduire que

$$\widehat{SOQ} = 1 \text{ droit.}$$

Calculer les trois côtés du triangle SOQ et la distance de O à (SQ) .

Que peut-on en déduire pour la position de (SQ) par rapport au cercle (\mathcal{C})?