Brevet des collèges Aix-en-Provence juin 1976

ENSEIGNEMENT LONG ET ENSEIGNEMENT COURT

Les candidats traiteront, au choix, deux des quatre exercices proposés ci-dessous.

EXERCICE 1

	Très satisfait	Assez satisfait	Assez déçu	Très déçu
Hommes	1	3	5	10
Femmes	6	8	3	1
Garçons	5	5	3	2
Filles	8	5	1	1

Ce tableau enregistre la réaction d'un groupe de spectateurs interrogés après la projection d'un film.

Tous les sous-ensembles peuvent se définir à l'aide de quatre symboles suivants : M (masculin), A (adulte), S (satisfait), T (très), en utilisant la notation des sous-ensembles complémentaires, désignés par $\overline{M}$, $\overline{A}$, $\overline{S}$, $\overline{T}$, respectivement (on rappelle, que $\overline{M}$ est le sous-ensemble des éléments qui n'appartiennent pas à M.

Quel est le nombre d'éléments de chacune des parties suivantes :

1. M, $\overline{S}$, T, $\overline{A}$;
2. $M \cap \overline{A} \cap S \cap T$;
3. $(M \cap S) \cup (A \cap T)$;
4. $\overline{M} \cup \overline{S}$;
5. $\overline{M} - T$, ensemble des éléments de $\overline{M}$ qui ne sont pas éléments de T.
6. E ensemble des éléments qui appartiennent à l'une ou l'autre des parties S et M et non simultanément aux deux; (notation : $E = S \Delta M$).
7. $\overline{M} \cap \left(\overline{A} \cap \overline{S} \cap \overline{T}\right)$, ensemble des éléments non masculins, non adultes, assez déçus.

N. B. – Les sept questions sont indépendantes.

EXERCICE 2

On donne le plan P rapporté à un repère orthonormé $\left(\text{O}, \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath}\right)$. d'axes $x'\text{O}x$, $y'\text{O}y$.

1. On donne le point M(+ 2 ; + 6).

   Soit : M$'$ (respectivement : M$''$) la projection orthogonale de M sur Ox (respectivement Oy).

   On appelle D$'$ (respectivement D$''$) la parallèle menée par :M$'$ (respectivement : M$''$) à la première (respectivement seconde) bissectrice.

   a. Montrer que N = D$'$ $\cap$ D$''$ existe et calculer ses coordonnées..

   b. Démontrer que le triangle OMN est rectangle isocèle.

   c. Démontrer que M$''$, I milieu de [MN] et J (+ 6; +2) sont alignés.

2. On donne le point A(a ; a') distinct de O. Soit A$'$ (respectivement A$''$) la projection orthogonale de A sur Ox (respectivement Oy).

   On appelle L$'$ (respectivement L$''$) la parallèle menée par A$'$ (respectivement A$''$) à la première (respectivement seconde) bissectrice.

   a. Montrer que B = L$'$ ∩ L$''$ existe et montrer que ses coordonnées (b ; b') sont données par les relations

$$\left\{\begin{array}{rcl} b-b' &=& a,\\ b+b' &=& a'.\end{array}\right.$$

   b. Démontrer que le triangle OAB est rectangle isocèle.

   c. Montrer que la relation qui à tout A ∈ P associe B ∈ P suivant la construction ci-dessus est fonctionnelle et qu'elle réalise une bijection de P sur lui-même.

   Établir que O est le seul point qui soit sa propre image dans cette bijection.

N. B. – Les deux questions, **1.** et **2.** sont indépendantes.

EXERCICE 3

1. Factoriser $A = (2x-3)^2 + 4x^2 - 9 + 4x - 6$.
2. Résoudre l'équation $A = 0$.
3. Simplifier la fraction $\dfrac{A}{4x^2+4x+1}$.
4. Tracer dans un même repère orthonormé les diagrammes des graphes des fonctions suivantes :

$$\begin{array}{llll} f: & x & \longrightarrow & f(x) = y = 4x-6,\\ g: & x & \longrightarrow & g(x) = y = 2x+1.\end{array}$$

   Déterminer les coordonnées de leur point commun.

EXERCICE 4

On donne le demi-cercle de diamètre AB = $2R$, de centre O.
Soit P tel que A soit milieu de [PO].
On appelle C le point de contact de la tangente au demi-cercle issue de P; (PC) coupe en D (respectivement E) la tangente en A (respectivement B) au demi-cercle.

1. Calculer PC en fonction de R.
2. Démontrer que les quadrilatères AOCD et OBEC sont inscriptibles.

   Calculer PD et PE en fonction de R.
3. Calculer AD et BE en fonction de R.
4. Vérifier que $\text{PO}^2 = \overline{\text{PD}} \times \overline{\text{PE}}$.

   Peut-on en déduire la position relative de la droite (PO) et du cercle circonscrit au triangle ODE ?