

~ Brevet des collèges Aix-Marseille juin 1970 ~

ALGÈBRE

1. Mettre sous forme de produit de facteurs les expressions suivantes :

$$\begin{aligned}A(x) &= x^5 + 2x^4 + x^3, \\B(x) &= x^6 + x^2 - (x+1)^2 \text{ et} \\C(x) &= (x+1)^2(2x-5) - (x^2-1)(x+1).\end{aligned}$$

2. On considère l'expression

$$F(x) = \frac{B(x)}{C(x)}.$$

Pour quelles valeurs de x est-elle définie?

Simplifier $F(x)$ et calculer sa valeur numérique pour

- $x = 1$;
 - $x = -\frac{3}{2}$;
 - $x = \sqrt{2}$ (on donnera ce résultat sous forme décimale approchée à 0,001 près).
3. Résoudre l'équation suivante :

$$F(x) = x^2.$$

GÉOMÉTRIE

On considère un trapèze rectangle ABCD, dont les bases sont $AB = 3$ cm et $DC = 12$ cm.

Sa hauteur est $AD = 13$ cm.

Soit M le point du segment [AD] tel que $\frac{MA}{MD} = \frac{4}{9}$.

- Calculer les longueurs des segments [MA] et [MD].
- Démontrer que les triangles AMB et MDC sont semblables.
- Prouver que le triangle BMC est rectangle.
Donner les longueurs de ses côtés en centimètres.
(On précisera, à 0,01 près, celle du côté [BC].)
- Soit H la projection orthogonale de M sur la droite (BC).
 - Montrer que les quadrilatères ABHM et MHCD sont inscrits respectivement dans des cercles (O) et (O') dont on précisera les centres, O et O', ainsi que les rayons.
 - Évaluer les longueurs des segments [MH] et [OO'].
 - Quelle est la puissance du point D par rapport au cercle (O)?