

♪ Brevet des collèges Aix-en-Provence juin 1972 ♪
Enseignement long et enseignement court
Mathématiques traditionnelles

ALGÈBRE

1. Calculer à 0,01 près, par défaut et par excès, le nombre réel x , quatrième proportionnelle aux nombres suivants :

$$7, \quad 3 + \sqrt{5} \quad \text{et} \quad \sqrt{5} - 5,$$

donnés dans cet ordre.

2. Existe-t-il des entiers relatifs, moyenne proportionnelle
- entre $\sqrt{77} - \sqrt{13}$ et $\sqrt{77} + \sqrt{13}$
 - entre $\sqrt{54} + \sqrt{7}$ et $\sqrt{54} - \sqrt{7}$.
3. Soit le polynôme suivant :

$$P(x) = (4x - 7)^2 + (49 - 16x^2) + (8x^2 - 14x).$$

- a. Réduire ce polynôme en l'ordonnant suivant les puissances décroissantes de x .
- b. Factoriser $P(x)$.
- c. Existe-t-il des valeurs x telles que $P(x) = 0$ et $P(x) = 98$?
- d. Déterminer le domaine de définition de la fraction rationnelle

$$F(x) = \frac{P(x)}{2x - 14 + (3x - 21)(x + 3)}.$$

- e. Simplifier $F(x)$, et appeler $F'(x)$ la fraction équivalente à $F(x)$ sur le même domaine de définition.
- f. Pour quelles valeurs de x les deux termes de $F'(x)$ sont-ils simultanément positifs?

GÉOMÉTRIE

Soit un cercle de centre O et de diamètre $[AB]$ mesurant 10 cm.

Sur le cercle, on fixe deux points C et D , de part et d'autre de $[AB]$, mais non symétriques par rapport à $[AB]$ ou à O .

Soit M le milieu de la corde $[AD]$ et I l'intersection de (DC) avec (OM) .

1. Comparer les triangles (ABC) et (DIM) .

2. En d'eduire que le quadrilatère (OICA) est inscriptible et que l'on a $DM \cdot AB = BC \cdot DI$.
3. Dans la suite du problème on suppose que $\widehat{BAC} = 60^\circ$ et $\widehat{OAD} = 45^\circ$.
 - a. Calculer, éventuellement à 0,01 près, par défaut et par excès, les mesures en centimètres des segments [AC], [BC], [DM], [DI] et [IM].
 - b. Calculer à 0,01 près, par défaut et par excès, l'aire, exprimée en centimètres carrés, du triangle (DMI).