

œ Brevet Aix–Marseille juin 1978 œ

Exercice 1

Soit p la fonction polynôme définie pour tout x réel par

$$p(x) = 9x^2 - 82x + 9.$$

1. Calculer $p(100)$, ainsi que, le plus simplement possible, le quotient (entier) et le reste de la division euclidienne de $p(100)$ par 100.
2. Démontrer que, quel que soit x ,

$$9\left(x - \frac{41}{9}\right)^2 - \frac{1600}{9} = p(x),$$

et en déduire que $p(x) = (x - 9)(9x - 1)$.

Exercice 2

Dans un plan rapporté à un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , on donne les points

$$A(6; 0), \quad B(12; 0) \quad \text{et} \quad U(0; -; 6).$$

1. Démontrer que $x - y - 6 = 0$ est une équation de la droite (AU) et que $x - 2y - 12 = 0$ est une équation de la droite (BU).
2. On appelle Δ la droite dont une équation est $x + y = 0$.
Démontrer que Δ coupe (AU) au point A' de coordonnées $(3; -3)$, et (BU) au point B' de coordonnées $(4; -4)$.
3. Calculer les coordonnées de P milieu de (O, U), Q milieu de (A, B'), R milieu de (B, A').
Calculer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{PQ} et \overrightarrow{PR} .
En déduire l'alignement de P, Q, R.

Exercice 3

On donne un triangle OAB, rectangle en O, tel que $d(O, A) = 14$ et $d(O, B) = 7$.

Dessiner le triangle en vraie grandeur (unité de distance : 1 cm).

On appelle B' le symétrique de B par rapport à O, I le milieu de (A, B'), et C le point tel que $\overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{OI}$.

1. Démontrer que le quadruplet (O, A, C, B') est un rectangle.
2. Démontrer que $\overrightarrow{BO} = \overrightarrow{OB'} = \overrightarrow{AC}$ et que la droite (OC) est parallèle à la droite (AB).
3. Calculer $d(A, B)$ et en donner un encadrement à 0,1 près sachant que

$$2,236 < \sqrt{5} < 2,237.$$