Brevet Aix-Marseille juin 1982

Algèbre

Soit les fonctions h, , u, f et g de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définies respectivement par

$$\begin{array}{rcl} h(x & = & (3x+5)(x-3)+x^2-9 \\ f(x) & = & 4x^2+6x-\dfrac{85}{16} \\ u(x) & = & 4\left(x^2-4\right)-(x+2)^2 \\ g(x) & = & \sqrt{2x-3}. \end{array}$$

1. Parmi ces fonctions il y a trois applications : les nommer.
   Pour celle qui n'en est pas une, indiquer un ensemble de définition.
   Calculer $f\left(\dfrac{21}{8}\right)$ et $g\left(\dfrac{21}{8}\right)$.
2. Factoriser $h(x)$ et $u(x)$, puis résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :
   a. $h(x)=0$;
   b. $h(x)=u(x)$.
3. Calculer $f(a+1)-f(a-1)$.
   En déduire $f(1\,001)-f(999)$.

Géométrie

Dans. un plan muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, l'unité étant le centimètre, on considère les points :

$$\text{A}(3\,;\,0)\,;\quad \text{B}(0\,;\,2)\,;\quad \text{C}(x\,;\,0)\quad \text{et}\quad \text{D}(-3\,;\,-2).$$

1. Déterminer l'abscisse x du point C pour que ce point soit le symétrique de A par rapport à O.

Dans toute la suite du problème on prendra $x=-3$.

2. Démontrer que (O, B, C, O) est un parallélogramme.
   Démontrer que OD = AB puis calculer OD.
3. Les droites (OD) et (AB) se coupent au point I.
   Démontrer que I est le milieu de [AB] et calculer OI.
4. Déterminer le réel k tel que $\overrightarrow{\text{ID}} = k\overrightarrow{\text{IO}}$.
5. Les droites (AB) et (CD) se coupent au point E.
   Démontrer que OD = BE.