Brevet des collèges Aix–Marseille septembre 1973

ALGÈBRE

Exercice 1

1. On donne le nombre réel $r = \dfrac{\sqrt{3}+1}{2,5} - \dfrac{0,4}{\sqrt{3}-1}$.

   Exprimer r sous forme de quotient dont le diviseur soit un entier naturel.
2. Sachant que $1,73 < \sqrt{3} < 1,74$, donner les valeurs approchées de r, par défaut et par excès, à 0,01 près (ou un encadrement de r d'écart ou amplitude $0,01$).

Exercice 2

1. Factoriser les polynômes :

$$\begin{array}{rcl} f(x) & = & 16(x-3)^2 - 36(x-5)^2, \text{ et} \\ g(x) & = & (9-x)(x+3) + 27 - 3x - (9-x)^2. \end{array}$$

2. Soit $q(x)$ la fraction rationnelle définie par $q(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$.

   Quel est son domaine de définition, $\mathcal{D}$?
3. On appelle q' l'application de $\mathcal{D}$ dans $\mathbf{R}$ définie par $q'(x) = q(x)$.

   Existe-t-il x, réel, tel que $q(x) = 10$?

   Justifier la réponse.

GÉOMÉTRIE

Exercice 1

Dans un plan euclidien, rapporté à un repère orthonormé $\left(\text{O}, \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath}\right)$, on donne les points

$$\text{A}(+2\,;+3) \quad \text{et} \quad \text{B}(6{,}5\,;0).$$

1. Déterminer les coordonnées du point C tel que (O, A, B, C) soit un parallélogramme.
2. Démontrer que les droites (OA) et (OC) sont orthogonales.
3. Démontrer que les quatre points O A, B et C sont ur un même cercle, dont on précisera les coordonnées du centre, I, et le rayon.

Exercice 2

Dans le plan euclidien, l'unité de distance étant le centimètre, on donne un triangle rectangle (ABC), dont l'hypoténuse est le segment [BC] et tel que d(A, B) (ou AB) = 5 et
d(A, C) (ou AC) = 12.
On désigne par H la projection orthogonale de A sur la droite (BC).
Il est recommandé aux candidats de représenter, dans le plan physique, le triangle en vraie grandeur, et d'y placer, au fur et à mesure, les divers renseignements donnés dans l'énoncé, mais cette représentation n'est pas obligatoire.

1. Calculer d(B, C) (ou BC), d(B, H) (ou BH), d(C, H) (ou CH) et d(A, H) (ou AH).

   Lorsque les nombres obtenus seront des rationnels, on donnera leurs valeurs approchées par défaut ou par à 0,01près (ou un encadrement d'écart ou d'amplitude 0,01).

2. Soit le point K du segment [BC] tel que d(C, K) (ou CK) = 6 et le point E du segment [AC] tel que d(C, E) (ou CE) $= 6,5$.

   Démontrer que les droites (EK) et (AH) sont parallèles.

   Calculer ensuite d(E, K) (ou EK).

3. Déterminer, au choix, le sinus, le cosinus ou la tangente de l'écart angulaire de l'angle géométrique $\widehat{\text{AKH}}$ et calculer cet écart angulaire à 1° près par défaut et par excès, à l'aide des tables trigonométriques.