

œ Brevet Aix-en-Provence septembre 1978 œ

Tous les exercices proposés sont obligatoires.

Les candidats les traiteront dans l'ordre de leur choix.

Exercice 1

On considère les applications f et g de \mathbb{R} dans \mathbb{R} telles que

$$f : x \mapsto -x + \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad g : x \mapsto 2x - 1.$$

1. Déterminer $g \circ f$.
2. Calculer $f(3)$; $g\left(-\frac{5}{2}\right)$; $(g \circ f)(3)$.
3. Résoudre, dans \mathbb{Q} , $(g \circ f)(x) = \frac{2}{3}$. (\mathbb{Q} est l'ensemble des nombres rationnels).

Exercice 2

On considère l'application a , de \mathbb{R} dans \mathbb{R} , donnée par

$$a : x \mapsto a(x) = (5x + 1)^2 - (x - 2)^2.$$

1. Développer, réduire et ordonner $a(x)$.
2. Factoriser $a(x)$.
3. On considère la fonction rationnelle, de \mathbb{R} dans \mathbb{R} , donnée par

$$r(x) = \frac{a(x)}{3x(4x + 3)}$$

- a. Quel est l'ensemble de définition de r ?
 - b. Simplifier $r(x)$.
4. Résoudre, par le calcul, dans \mathbb{R} ,
 - a. $r(x) = 0$,
 - b. $r(x) = \sqrt{2}$.

Exercice 3

Dans le plan P rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on donne

$$\vec{OA} = -5\vec{i} + \vec{j}, \quad \vec{OB} = 3\vec{j}, \quad \vec{OC} = -3\vec{i} - 4\vec{j},$$

1. Calculer $\|\vec{AB}\|$, $\|\vec{AC}\|$ et $\|\vec{BC}\|$.
2. En déduire la nature du triangle (ABC).
3. Calculer les coordonnées du milieu I de [BC].
4. Calculer les coordonnées du point D, symétrique de A par rapport à I.
5. Quelle est la nature du quadrilatère (A, B, D, C) ?
6. Montrer que le cercle (\mathcal{C}) passant par A, C et D passe aussi par B.
Préciser le centre et le rayon de (\mathcal{C}).
7. Calculer $\cos \alpha$ de l'écart angulaire α de l'angle géométrique \widehat{BCA} .