∽ Brevet Aix–Marseille septembre 1986 ∾

Exercice I.

Dans cet exercice, les trois questions sont indépendantes.

1. On donne

$$S = 3\sqrt{2} + 5\sqrt{3} - 7\sqrt{8} - 4\sqrt{12} + \sqrt{8} - \sqrt{27}.$$

   Montrer que S peut s'écrire sous la forme $S = a\sqrt{2} + b\sqrt{3}$ où a et b sont des entiers relatifs que l'on déterminera.

2. Sachant que

$$2,645 < \sqrt{7} < 2,646 \quad \text{et que} \quad 3,872 < \sqrt{15} < 3,873,$$

   en déduire un encadrement de $2\sqrt{7} + 3\sqrt{15}$ et un encadrement de $2\sqrt{7} - 3\sqrt{15}$.

3. Calculer $\left(\sqrt{7} - 11\right)^2$.
   Montrer que $\sqrt{128} - 22\sqrt{7}$ peut 'écrire avec un seul radical.
   Montrer que

$$\sqrt{128 + 22\sqrt{7}} + \sqrt{128 - 22\sqrt{7}}$$

   est un entier naturel.

Exercice 2

Soit Δ et Δ' deux droites perpendiculaires en O. Soit A un point n'appartenant ni à Δ, ni à Δ'.

1. Construire le point A′ symétrique de A par rapport à la droite Δ puis le point A″ symétrique de A′ par rapport à la droite Δ'.
2. On appelle I le milieu du segment [AA′] et J le milieu du segment [A′A″).
   Montrer que le quadrilatère A′IOJ est un rectangle.
3. On appelle K le centre du rectangle A′IOJ.
   Montrer que $\overrightarrow{\text{OA}} = 2\overrightarrow{\text{KI}}$.
   Comparer les vecteurs $\overrightarrow{\text{OA}''}$ et $\overrightarrow{\text{KI}}$.
   En déduire que A et A′ sont symétriques par rapport à O.

Exercice 3

1. Placer, dans le plan muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, les points A, B, C donnés par leurs coordonnées

$$\text{A}(-1\,;\,5), \quad \text{B}(-3\,;\,1), \quad \text{C}(-5\,;\,2).$$

Calculer les distances AC, AB et BC.

En déduire la nature du triangle ABC.

2. Tracer le cercle (C) circonscrit au triangle ABC.

Préciser les coordonnées de son centre K ainsi que son rayon.

3. Soit x un réel, différent de -5, et M le point de coordonnées $(x\,;\,2)$.

Calculer x pour que M appartienne à (C).

Démontrer que pour le point M ainsi trouvé, la droite (BK) est la médiatrice du segment [CM].