Brevet des collèges Aix–Marseille juin 1975

I.

On considère l'application f de **R** dans **R** définie par

$$f(x) = x^3 - x^2\sqrt{3} + 1.$$

1. Calculer $f(0)$; $f\left(\sqrt{2}\right)$; $f\left(\sqrt{3}\right)$.
2. Peut-on déduire des résultats précédents que f n'est pas une bijection ?
3. Sachant que $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$ et $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$, successivement encadrer $3\sqrt{3}$, puis $-3\sqrt{2}$ à 0,01 près ; enfin encadrer $f\left(\sqrt{3}\right)$ à 0,1 près

II. Soit les fonctions rationnelles f et g données dans **R** par

$$f(x) = \dfrac{x^2 - 3x}{x^2 - 6x + 9} \qquad \text{et} \qquad g(x) = \dfrac{x^2 + 3x}{x^2 - 9}.$$

1. Déterminer chacun des ensembles de définition de f et de g.
2. Écrire $f(x)$ et $g(x)$ sous une forme plus simple.
3. Du résultat précédent, peut-on déduire que f et g sont égales ? Pourquoi ?

III. *Les candidats dessineront une figure soignée. Unité de distance :* 1 cm .

Dans un plan muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ on considère les points A et B définis par leurs coordonnées : A(3 ; 1) et B(−3 ; 9).

1. **a.** Construire les points A′ et B′ tels que :

   $$\overrightarrow{\text{OA}'} = -\dfrac{1}{2}\overrightarrow{\text{OA}} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{\text{OB}'} = -\dfrac{1}{2}\overrightarrow{\text{OB}}.$$

   et calculer leurs coordonnées.

   b. Calculer les coordonnées des points I et I′ milieux respectifs des segments [AB] et [A′B′] et en déduire que les points O, I, I′ sont alignés.

   c. Démontrer que les droites (AB) et (A′B′) sont parallèles.

2. **a.** Calculer d(O, A), d(O, B), d(A, B) et en déduire la nature du triangle (OAB).

   b. α étant l'écart angulaire, en degré, de l'angle $\widehat{\text{OBA}}$, calculer $\cos\alpha$.

   c. Donner la valeur approchée par défaut à un degré près de α, sachant que :

   $$3,162 < \sqrt{10} < 3,163.$$

x en degrés	17	18	19	20
$\cos x$	0,956 3	0,951 1	0,945 5	0,939 7