

∞ Brevet d'Études du Premier Cycle ∞

Alger septembre 1954

ALGÈBRE

Dans un nombre de quatre chiffres, le chiffre des centaines est la somme du chiffre des dizaines et de celui des mille.

La somme des chiffres des dizaines et des unités est égale au chiffre des centaines augmenté du triple du chiffre des mille.

La somme des chiffres des centaines et des mille est 8.

Celle des chiffres des unités, des dizaines et des mille est 11.

1. Déterminer ce nombre.
2. En extraire la racine carrée et vérifier le résultat obtenu en utilisant la décomposition du nombre en facteurs premiers.
3. Le résultat obtenu à la question 2. est la mesure en mètres du côté d'un carré.
En ajoutant puis en retranchant successivement un même nombre de mètres du côté ainsi trouvé, on forme deux nouveaux carrés.
Calculer ce nombre de mètres, sachant que la différence des aires, des deux carrés ainsi formés est 840m^2 .

GÉOMÉTRIE

Soient un triangle équilatéral ABC de côté a et O le point d'intersection de la perpendiculaire en B à (AB) avec la perpendiculaire en C à (AC).

1. Montrer que le point O est le centre d'un cercle \mathcal{C} tangent en B et C aux côtés [AB] et [AC] du triangle ABC et calculer le rayon R de ce cercle \mathcal{C} à partir du côté du triangle ABC.
2. Le cercle \mathcal{C} coupe (AO) en G.
Montrer que G est le centre de gravité du triangle ABC.
3. M étant un point de l'arc \widehat{BC} intérieur au triangle on joint M aux trois sommets A, B et C.
Établir, à l'aide des aires des triangles MAB, MBC et MCA, que la somme des distances du point M aux trois côtés du triangle ABC est, égale à la longueur de la hauteur de ce triangle.
4. (BM) coupe (AC) en I et (CM) coupe (AB) en J.
Comparer les triangles BAI et BCJ.
En déduire que

$$AI + AJ = BC.$$