

œ Brevet des collèges Allemagne juin 1952 œ

ALGÈBRE

A. P. M. E. P.

1. Mettre sous forme de produits de deux facteurs du premier degré en x chacune des expressions suivantes :

$$4x^2 - 4x + 1;$$

$$x^2 - 6x + 9;$$

$$(x - 1)^2 - 4;$$

$$x^2 - 1 + x(x + 1).$$

2. Simplifier alors la fraction rationnelle :

$$A = \frac{(4x^2 - 4x + 1) [(x - 1)^2 - 4]}{x^2 - 1 + x(x + 1)}$$

et déterminer la valeur de x pour laquelle A est égal à 1.

3. Construire sur le même graphique les droites (D) et (D') représentant les variations des fonctions

$$y = 2x - 1 \quad \text{et} \quad y = x - 3.$$

Montrer qu'on peut retrouver graphiquement le dernier résultat du 2.; calculer l'aire de la surface du triangle ayant pour sommets :

le point A d'intersection des deux droites (D) et (D') et les points B et C , intersections de ces mêmes droites avec l'axe des abscisses (unité de longueur : le cm).

N. B. - La 3^e question peut être traitée indépendamment des deux premières.

GÉOMÉTRIE

On donne un cercle \mathcal{C} et un diamètre fixe $[AB]$ tel que $AB = 2R$.

La médiatrice de $[AB]$ coupe le cercle \mathcal{C} en C et D .

Un point M décrit tout le demi-cercle qui ne contient pas D .

1. Montrer que (MD) est la bissectrice de l'angle \widehat{AMB} .
2. On mène (DE) et (DF) perpendiculaires à (MA) et (MB) .
Quelle est la nature du quadrilatère $MEDF$?
3. Lieu du point de concours des diagonales du quadrilatère $MEDE$.
Construction du lieu.
Donner sa longueur en fonction de R .
4. Trouver la position particulière de M pour laquelle l'aire du quadrilatère $MEDF$ est la plus grande possible?
Justifier.
Calculer l'aire dans ce cas particulier en fonction de R .

N. B. - Les 3^e et 4^e questions sont indépendantes l'une de l'autre.