

♪ Brevet des collèges Allemagne juin 1955 ♪
 Enseignement long et enseignement court

ALGÈBRE

On donne un trapèze ABCD ((AB) parallèle à (CD)), dont les côtés mesurent
 $AB = 1,5 \text{ cm}$, $BC = 2 \text{ cm}$, $CD = 5,5 \text{ cm}$, $DA = 3 \text{ cm}$.

On prend un point M sur [AD], entre A et D, et l'on pose $AM = x$.

On mène par le point M la parallèle (MN) aux deux bases et par le point A la parallèle au côté [BC] qui coupe (MN) en P et la grande base en Q.

1. Calculer MP, NB et le périmètre y du trapèze ABNM en fonction de x .
2. Calculer la valeur de x pour laquelle le rapport des périmètres des trapèzes ABNM et ABCD est égal à $\frac{1}{2}$.
3. Étudier les variations du périmètre du trapèze ABNM, lorsque M se déplace de A à D, et faire la représentation graphique.
 (Prendre 1 cm pour unité d'abscisses et 0,5 cm pour unité d'ordonnées.)
 Vérifier sur le graphique le résultat de la deuxième question.

GÉOMÉTRIE

Dans un cercle \mathcal{C} de centre O et de rayon R on considère deux diamètres perpendiculaires, [AOB] et [COD].

Du point A on mène une corde variable, [AM]N, qui coupe le cercle en M et le diamètre [CD] en N.

Dans tout le problème on suppose que le point M décrit l'arc \widehat{BD} seulement.

1. Montrer que les triangles AOM et ANB sont semblables.
 En déduire que le produit $AM \times AN$ reste constant et donner la valeur de cette constante en fonction de R .
2. Montrer que le quadrilatère OBMN est inscriptible dans un cercle, dont on construira le centre I avec le compas et la règle.
 Sur quelle ligne se déplace le point I lorsque M décrit l'arc \widehat{BD} ?
 Limiter.
3.
 - a. Sur quelle ligne se déplace le milieu, P, de la corde [AM] lorsque M décrit l'arc \widehat{BD} ?
 Limiter.
 - b. Dans le cas où la distance OP est $\frac{R}{2}$, on calculera en fonction de R les longueurs BM, AM, NP, ON.