

∞ **Brevet des collèges Allemagne juin 1966** ∞
 ENSEIGNEMENT LONG ET ENSEIGNEMENT COURT

ALGÈBRE

1. On pose

$$y = \frac{x(x+1)(2x+1)}{6} - \frac{x(2x-2)(2x-1)}{12}.$$

Simplifier cette expression et déterminer les valeurs de x pour lesquelles on a $y = 7396$.

2. Simplifier l'expression

$$z = \frac{x^3 + x^2}{x^2 + 5x} - \frac{x^3 - 5x^2}{x^3 - 25x}.$$

Vérifier que $\frac{y}{z} = x + 5$.

3. On pose $Y = -\frac{2y}{z}$; calculer Y en fonction de x .

En tracer le graphe et déterminer les coordonnées du point A d'intersection de cette ligne et de la droite d'équation $y = 4x + 5$.

GÉOMÉTRIE

Dans un cercle de centre O et de rayon R , construire deux diamètres perpendiculaires [AB] et [CD].

Une corde issue de A coupe le segment de droite [CD] en M et le cercle en N.

1. Démontrer que les triangles AOM et ANB sont semblables. Dédire de leur similitude que, quelle que soit la position de M sur [CD], le produit $AM \cdot AN$ est constant. Préciser sa valeur.
2. Démontrer que le quadrilatère OBNM est inscriptible dans un cercle, dont on déterminera le centre, I.
3. Dans le cas où $BN = R$, calculer AN, AM, OM et MN.
4. On suppose que le point M décrit le segment [CD].
 - a. Pour quelles positions de M la longueur du segment [AM] est-elle maximale? Donner alors la mesure et la mesure de l'angle \widehat{BAM} .
 - b. Pour quelle position de M la longueur du segment [AM] est-elle minimale? Donner également sa mesure et la mesure de l'angle \widehat{BAM} .
 - c. Sur quelle droite fixe remarquable se déplace le point I lorsque le point M décrit le diamètre [CD]?