

♣ Brevet Allemagne juin 1978 ♣

Algèbre

On donne les fonctions f et g de \mathbb{R} dans \mathbb{R} définies par :

$$\begin{aligned} f: x &\longmapsto f(x) = 9(3x-1)^2 - (x-2)^2 \\ g: x &\longmapsto g(x) = 64x^2 - 16x + 1 \end{aligned} .$$

1. Développer, réduire et ordonner $f(x)$.
2. Écrire $f(x)$ et $g(x)$ sous forme d'un produit de facteurs du premier degré.
3. Soit h la fonction rationnelle définie par :

$$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)} .$$

Donner l'ensemble de définition \mathcal{D}_h de h .

Simplifier $h(x)$.

4. On donne la fonction rationnelle $H(x) = \frac{5(2x-1)}{8x-1}$.

- a. Calculer $H(-2)$ et $H\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Donner le dernier résultat sous forme d'un quotient ayant un dénominateur rationnel.

- b. Sachant que $1,73 < \sqrt{3} < 1,74$, donner un encadrement décimal du réel $H\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

à 10^{-2} près.

- c. Dans \mathbb{D} , résoudre l'équation

$$H(x) = -\frac{3}{4} .$$

Géométrie

Le plan étant muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère les points

$$A(-1; 5) \quad \text{et} \quad B(4; -2)$$

1.
 - a. Calculer les composantes du vecteur \overrightarrow{AB} .
 - b. Calculer la distance AB.
 - c. Calculer les coordonnées du milieu I du bipoint (A, B).

2. Construire le point P tel que $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OI}$.

Montrer que les points O, I, P sont alignés et calculer les coordonnées de P.

3. Donner une équation de la droite (AB).

La droite (AB) coupe le premier axe de coordonnées (O, \vec{i}) en C, et le deuxième axe de coordonnées (O, \vec{j}) en D.

Calculer les coordonnées des points C et D.

4. Soit H la projection orthogonale de l'origine O sur la droite (AB).

a. Trouver une équation de la droite (OH)

b. Calculer les coordonnées de H.

c. Calculer la tangente de l'écart angulaire de l'angle géométrique \widehat{ODC} .

d. Donner l'écart angulaire de cet angle à un degré près par défaut.