Brevet des collèges Allemagne septembre 1952

ALGÈBRE

On donne les deux équations formant le système :

$$\left\{\begin{array}{rcll} 3x+4y & = & 30, & \quad (1)\\ 3y & = & 4x. & \quad (2)\end{array}\right.$$

1. Résoudre ce système d'équations.

2. Représenter graphiquement, pour chaque équation, les variations de y en fonction de x.

(Prendre deux axes rectangulaires $x'\text{O}x$ et $y'\text{O}y$; représenter l'unité par 1 cm sur chaque axe ; dire comment le graphique a été construit.)

3. On obtient deux droites (D_1) et (D_2) qui se coupent au point P.

Soient A et B les points où la droite (D_1) rencontre respectivement xx' et yy'.

Quelles sont les coordonnées des points P, A, B ?

Vérifier que $\overline{\text{OA}}^2 = \overline{\text{OP}}^2 + \overline{\text{PA}}^2$.

Que peut-on en conclure pour la direction de (D_1) et (D_2) ?

GÉOMÉTRIE

On considère un triangle AMB rectangle en M.
On suppose dans les deux premières questions que

$$\text{MA} = 4 \text{ cm} \qquad \text{et} \qquad \text{MB} = 3 \text{ cm}.$$

1. Calculer le rayon du cercle $(\mathscr{C})$ circonscrit au triangle AMB.

2. La bissectrice intérieure de l'angle $\widehat{\text{AMB}}$ coupe (AB) en I et le cercle $(\mathscr{C})$ au point M et en un deuxième point J.

Comparer les triangles MAJ, MBI et AJI ; en déduire la relation

$$\text{MA} \cdot \text{MB} = \text{MI} \cdot \text{MJ}.$$

3. On suppose maintenant que les points A, B et le cercle $(\mathscr{C})$ sont fixes ; lieux géométriques des points P et Q, milieux respectifs de [MA] et de [MB] lorsque M décrit le cercle $(\mathscr{C})$.