

∞ Brevet des collèges Montréal et New York juin 1970 ∞

ALGÈBRE

On donne l'expression

$$A(x) = x^2 - 25 - (4x - 3)(x - 5)$$

et la fraction rationnelle

$$F(x) = \frac{x^2 - 10x + 25}{A(x)}.$$

1. Factoriser l'expression $A(x)$.
2.
 - a. Indiquer l'ensemble de définition de la fraction $F(x)$.
 - b. Simplifier la fraction $F(x)$.
3. Résoudre dans l'ensemble \mathbf{R} , des nombres réels, les équations suivantes;

$$A = 0 \quad ; \quad F = -\frac{2}{3} \quad \text{et} \quad F = 1.$$

4. On pose

$$y_1 = x - 5 \quad \text{et} \quad y_2 = -3x + 8.$$

- a. Représenter graphiquement les variations de y_1 et de y_2 en fonction de x dans un repère orthonormé.
- b. Les images graphiques de ces deux fonctions sont deux droites sécantes en P.
Calculer les coordonnées du point P.
- c. Montrer que l'abscisse de P est racine de l'équation $F = 1$.

N. B. - Les questions 4. a. et 4. b. sont indépendantes des premières.

GÉOMÉTRIE

Soit un angle droit \widehat{xAy} .

Sur $[Ax)$, on porte les segments $[AM]$ et $[AN]$ tels que $AM = 4$ cm et $AN = 6$ cm et, sur $[Ay)$, on porte le segment $[AP]$ tel que $AP = 8$ cm.

On construit le cercle circonscrit au triangle MNP , qui coupe Ay en Q.

1. Calculer la mesure du segment $[AQ]$.
2. Les droites (QM) et (PN) se coupent en B.
 - a. Comparer les angles BMN et NPQ .
 - b. Montrer que les triangles BMN et BPQ sont semblables.
 - c. Quel est leur rapport de similitude?
3. Calculer la mesure des segments $[MQ]$ et $[NP]$.
4. Calculer $\sin \widehat{AMQ}$.

Sachant que $\sin 360 \approx 0,588$ et $\sin 370 \approx 0,602$, donner, en degrés et minutes, la mesure de l'angle \widehat{AMQ} .