

🌀 Brevet Amérique du Nord juin 1980 🌀

ALGÈBRE

1. On considère la fonction polynôme p définie dans \mathbb{R} par

$$p(x) = 1 - 4(4x - 1)^2.$$

- a. Montrer que p est une fonction polynôme de degré deux.
b. Écrire p sous la forme d'un produit de fonctions polynômes de degré égal à un.
2. On considère les fonctions f et g définies dans \mathbb{R} par

$$f(x) = (4x - 1)^2 \quad \text{et} \quad g(x) = 1 - 4x.$$

Déterminer $g \circ f$, $f \times g$ et $\frac{f}{g}$. (Les fonctions $g \circ f$ et $f \times g$ seront présentées sous la forme d'un produit de fonctions polynômes de degré égal à un.

Pour la fonction $\frac{f}{g}$, on déterminera l'ensemble de définition et on simplifiera son écriture.)

3. Calculer

$$(g \circ f)\left(-\frac{1}{4}\right), \quad (f \times g)\left(-\frac{1}{4}\right) \quad \text{et} \quad \left(\frac{f}{g}\right)\left(-\frac{1}{4}\right).$$

4. On considère un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . Tracer la représentation graphique de g . Résoudre graphiquement les équations

$$g(x) = 0 \quad \text{et} \quad g(x) = 1.$$

5. Simplifier selon les valeurs de x ,

$$A = |1 - 4x|.$$

6. On pose $B = \sqrt{(1 - 4x)^2}$.

Calculer B pour $x = -2$, puis pour $x = 1$.

Simplifier selon les valeurs de x , l'expression de B .

7. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation

$$|1 - 4x| = 2\sqrt{2} + 1.$$

GÉOMÉTRIE

Dans le plan (P) rapporté au repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) on donne les points A, B et C définis par

$$\vec{OA} = 2\vec{i} + 2\vec{j}; \quad \vec{OB} = 3\vec{i} + 4\vec{j}; \quad \vec{OC} = 7\vec{i} + 2\vec{j}.$$

1. Placer ces points, Calculer $d(A, B)$, $d(B, C)$ et $d(A, C)$.
2. Démontrer que le triangle (A, B, C) est un triangle rectangle d'hypoténuse [A, C].

3. Soit le point E symétrique de A par rapport à B. Calculer les coordonnées du point E.
4. Calculer les coordonnées du point F tel que le quadruplet (A, C, E, F) soit un parallélogramme.
Ce parallélogramme a-t-il des propriétés particulières? Justifier la réponse.
5. Soit le cercle \mathcal{C} circonscrit au triangle (A, B, C).
 - a. Calculer les coordonnées du centre P de ce cercle.
 - b. Soit le point M symétrique de B par rapport à P, démontrer que le quadruplet (A, B, C, M) est un rectangle.
6. On désigne par a l'écart angulaire en degré de l'angle géométrique \widehat{ACB} .
Calculer $\tan a$ et en déduire la valeur approchée par défaut de a à un degré près.