

## 🌀 Brevet Amérique du Nord juin 1979 🌀

### ALGÈBRE

On considère les fonctions polynômes définies dans  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = 4(3x - 1)^2 - 25(-3x + 2)^2$$

$$g(x) = (7x - 4)^2 - 2(4 - 7x)(4x - 3) + 7x - 4$$

1. Développer, réduire et ordonner les polynômes  $f(x)$  et  $g(x)$  suivant les puissances décroissantes de  $x$ .
2. Écrire  $f$  et  $g$  sous la forme d'un produit de fonctions polynômes de degré au plus égal à UN.
3. Soit  $h$  la fonction rationnelle définie par :

$$h : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$$
$$x \longmapsto \frac{f(x)}{g(x)}$$

- a. Donner l'ensemble de définition  $\mathcal{D}_h$  de  $h$ .
- b. Montrer que, pour tout  $x$  élément de  $\mathcal{D}_h$  :

$$h(x) = \frac{-9x + 8}{5x - 3}$$

- c. Calculer  $h(\sqrt{2})$  et écrire le résultat sous la forme d'un quotient dont le dénominateur est un entier.
4. Résoudre dans  $\mathcal{D}_h$  les équations :

$$h(x) = 0 \qquad \text{et} \qquad h(x) = \frac{1}{4}.$$

### GÉOMÉTRIE

Dans le plan euclidien muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , on considère les points A et B définis par :

$$\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} + 5\vec{j}$$

$$\overrightarrow{OB} = \frac{5}{2}\vec{i} - \vec{j}.$$

1. On note N le projeté orthogonal de A sur l'axe des abscisses.  
On note P le projeté orthogonal de B sur l'axe des ordonnées.  
Quelles sont les coordonnées de N et P?
2.
  - a. Écrire une équation de la droite (AP).
  - b. Écrire une équation de la droite (BN).

3. On pose  $\{Q\} = (AP) \cap (BN)$ .  
Calculer les coordonnées de Q.
4. Montrer que le triangle  $(Q, N, P)$  est un triangle rectangle isocèle en N.
5. Montrer que Q est le milieu de  $[A, P]$  et calculer les coordonnées du point R tel que  $(P, R, A, N)$  soit un parallélogramme.
6. Quelle est la nature du triangle  $(Q, R, A)$ ?  
Justifier votre réponse.