

🌀 Brevet Amérique du Nord juin 1979 🌀

ALGÈBRE

On considère les fonctions polynômes définies dans \mathbb{R} par :

$$f(x) = 4(3x - 1)^2 - 25(-3x + 2)^2$$

$$g(x) = (7x - 4)^2 - 2(4 - 7x)(4x - 3) + 7x - 4$$

1. Développer, réduire et ordonner les polynômes $f(x)$ et $g(x)$ suivant les puissances décroissantes de x .
2. Écrire f et g sous la forme d'un produit de fonctions polynômes de degré au plus égal à UN.
3. Soit h la fonction rationnelle définie par :

$$h : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$$
$$x \longmapsto \frac{f(x)}{g(x)}$$

- a. Donner l'ensemble de définition \mathcal{D}_h de h .
- b. Montrer que, pour tout x élément de \mathcal{D}_h :

$$h(x) = \frac{-9x + 8}{5x - 3}$$

- c. Calculer $h(\sqrt{2})$ et écrire le résultat sous la forme d'un quotient dont le dénominateur est un entier.
4. Résoudre dans \mathcal{D}_h les équations :

$$h(x) = 0 \qquad \text{et} \qquad h(x) = \frac{1}{4}.$$

GÉOMÉTRIE

Dans le plan euclidien muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère les points A et B définis par :

$$\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} + 5\vec{j}$$

$$\overrightarrow{OB} = \frac{5}{2}\vec{i} - \vec{j}.$$

1. On note N le projeté orthogonal de A sur l'axe des abscisses.
On note P le projeté orthogonal de B sur l'axe des ordonnées.
Quelles sont les coordonnées de N et P?
2.
 - a. Écrire une équation de la droite (AP).
 - b. Écrire une équation de la droite (BN).

3. On pose $\{Q\} = (AP) \cap (BN)$.
Calculer les coordonnées de Q.
4. Montrer que le triangle (Q, N, P) est un triangle rectangle isocèle en N.
5. Montrer que Q est le milieu de $[A, P]$ et calculer les coordonnées du point R tel que (P, R, A, N) soit un parallélogramme.
6. Quelle est la nature du triangle (Q, R, A) ?
Justifier votre réponse.