

∞ Brevet des collèges Amiens juin 1976 ∞

I.

1. x désignant un réel, décomposer

$$A(x) = (2x + 1)^2 - (x - 2)^2$$

en un produit de deux facteurs du premier degré.

2. Résoudre dans \mathbf{R} l'équation $A(x) = 0$.

II.

On considère la fonction rationnelle F , définie pour tout réel x différent de 2. par

$$F(x) = \frac{2x + 1}{x - 2}$$

1. Calculer $F(0)$, $F(3)$, $F\left(\frac{5}{2}\right)$, $F(\sqrt{2})$ et $F(-\sqrt{2})$.

Mettre chacun des nombres $F(\sqrt{2})$ et $F(-\sqrt{2})$ sous la forme $a + b\sqrt{2}$ où a et b sont des rationnels.

Vérifier que $F(\sqrt{2}) + F(-\sqrt{2})$ est un entier.

2. Résoudre dans \mathbf{R} l'équation $|F(x)| = 1$.

On rappelle que $|u|$ désigne la valeur absolue du réel u .

III.

On considère les fonctions suivantes :

$$\begin{aligned} f: \mathbf{R} &\longrightarrow \mathbf{R} \\ x &\longmapsto f(x) = 2x + 1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g: \mathbf{R} &\longrightarrow \mathbf{R} \\ x &\longmapsto f(x) = x - 2. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g: \mathbf{R} &\longrightarrow \mathbf{R} \\ x &\longmapsto f(x) = 2 - x. \end{aligned}$$

1. Construire les droites (D) , (Δ) et (L) représentatives de ces fonctions dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

2. Déterminer par le calcul les coordonnées du point d'intersection

- a. de (D) avec (Δ) ;
- b. de (D) avec (L) .

IV.

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) on considère les points A, B et C de coordonnées respectives :

$$A(1 ; 2), \quad B(2 ; 4), \quad C(5 ; 0).$$

1. Calculer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} et \overrightarrow{BC} .
Montrer que le triangle (A, B, C) est rectangle.
Montrer que A est le milieu du segment (O, B).
2. Soit D l'image de C dans la symétrie centrale de centre A.
Quelle est la nature du quadruplet (O, C, B, D)?
Calculer les coordonnées de D.
3. **a.** Calculer les coordonnées du point E tel que

$$\overrightarrow{DE} = \frac{8}{5} \overrightarrow{DB}.$$

- b.** Expliquer pourquoi les points E, B et O sont alignés.
 - c.** Montrer que A et E sont deux points du cercle (C) dont un diamètre est le segment [BC].
4. Le cercle (C) coupe l'axe des abscisses en C et F.
Quelle est l'abscisse du point F?
Justifier la réponse.