∽ Brevet Amiens juin 1979 ∽

Algèbre

Exercice 1

Construire dans un plan rapporté au repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ orthonormé (l'unité de longueur étant le centimètre) les représentations graphiques (D_1) et (D_2) des fonctions affines u et v définies respectivement pour tout x de $\mathbb{R}$ par

$$u(x) = 4 - x \qquad \text{et} \qquad v(x) = 5x - 2.$$

Calculer les coordonnées du point I, intersection de (D_1) et (D_2) ; retrouver le résultat sur la figure.

Exercice 2

On considère les fonctions polynômes f et g définies pour tout x de $\mathbb{R}$, par

$$\begin{array}{rcl} f(x) & = & (x+6)^2 - 2(x+1)(x+6) \text{ et} \\ g(x) & = & (3x+2)^2 - 4(x-2)^2. \end{array}$$

1. Développer, réduire et ordonner $f(x)$.
2. Écrire $f(x)$ et $g(x)$ sous la forme d'un produit de facteurs du premier degré.
3. Calculer $f(0)$, $f(-3)$ et $g\left(-\dfrac{2}{3}\right)$.

Exercice 3

1. Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'équation $g(x) = 0$.
2. Soit $E = \{x / x \in \mathbb{R} \text{ et } g(x) \neq 0\}$ et la fonction rationnelle h définie pour tout x de E par

   $$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$

   .

   Dans E simplifier $h(x)$.
3. Calculer $h\left(\sqrt{2}\right)$ et rendre rationnel le dénominateur.
4. Résoudre dans E les équations :
   - **a.** $h(x) = 0$;
   - **b.** $h(x) = 1$: pouvait-on prévoir ce résultat ?
   - **c.** $h(x) = -\dfrac{5}{16}$.

Géométrie

Dans le plan rapporté au repère orthonormé $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ on donne les points A, B et C définis par

$$\overrightarrow{OA} = -2\vec{\imath} - 3\vec{\jmath}, \quad \overrightarrow{OB} = -4\vec{\imath} - \vec{\jmath}, \quad \text{et} \quad \overrightarrow{OC} = 2\vec{\imath} + \vec{\jmath}$$

1. Placer les trois points A, B et C.
2. **a.** Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

   b. Montrer que ces deux vecteurs sont orthogonaux; en déduire la nature du triangle (A, B, C).

   c. Calculer d(A, B) et d(A, C) ; en déduire d(B, C).
3. Soit D le symétrique du point A par rapport à I milieu du segment [B, C].

   a. Trouver les coordonnées du point I.

   b. Calculer les coordonnées du point D.

   c. Préciser la nature du quadruplet (A, B, D, C).
4. Soit a l'écart angulaire de l'angle géométrique $\widehat{CAD}$.

   Déterminer $\tan a$.