∽ Brevet Amiens septembre 1980 ∾

Algèbre

1. Soit la fonction polynôme f définie pour tout x de $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = 4x^2 - 49.$$

a. Résoudre, dans $\mathbb{R}$, $f(x) = 15$.

b. D'après cette résolution f est-elle une bijection ?

2. Soit la fonction polynôme g définie pour tout x de $\mathbb{R}$ par

$$g(x) = (7-2x)(x+5) - (21-6x)(2x-1).$$

a. Développer, réduire et ordonner $g(x)$.

b. Écrire $g(x)$ sous forme d'un produit de facteurs du premier degré.

3. Soit $\mathcal{D} = \{x / x \in \mathbb{R} \text{ et } g(x) \neq 0\}$ et soit q la fonction rationnelle définie pour tout x de $\mathcal{D}$ par

$$q(x) = \frac{f(x)}{g(x)}.$$

a. Déterminer $\mathcal{D}$.

b. Dans $\mathcal{D}$, simplifier q(x).

c. Calculer $q\left(\sqrt{3}\right)$ en rendant le dénominateur rationnel.

d. Sachant que $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$, donner un encadrement de $q\left(\sqrt{3}\right)$ d'amplitude 10^{-2}.

4. Résoudre, dans $\mathcal{D}$, $q(x) = 1$.

5. Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ construire les droites (D_1) d'équation $y - 2x - 7 = 0$, (D_2) d'équation $y - 5x + 8 = 0$ et calculer les coordonnées de leur point d'intersection I.

Géométrie

Dans le plan euclidien muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ on donne les points

$$\text{A}(10\,;\,0), \qquad \text{B}(2\,;\,4) \quad \text{et} \quad \text{C}(8\,;\,4).$$

1. Placer ces points.
Quelles sont les composantes du vecteur $\overrightarrow{\text{AB}}$?

2. Démontrer que le triangle (O, A, B) est rectangle.

3. Dans la projection orthogonale sur la droite (OA) le point C a pour image H.
D'autre part on appelle I le milieu de [BC].

a. Déterminer les coordonnées de H et de I.

b. Calculer les coordonnées du point M tel que

$$2\overrightarrow{\text{MI}} + 3\overrightarrow{\text{MH}} = \vec{0}.$$

4. Montrer qu'il existe un nombre réel k (que l'on calculera) tel que l'on ait $\overrightarrow{\text{CM}} = k\overrightarrow{\text{OB}}$.
Vérifier que les vecteurs $\overrightarrow{\text{CM}}$ et $\overrightarrow{\text{AB}}$ sont orthogonaux.

5. Soit a l'écart angulaire de l'angle géométrique $\widehat{\text{OAB}}$.
Déterminer $\sin a$.