

∞ Brevet des collèges Amiens juin 1974 ∞

ALGÈBRE

Exercice 1

Soit les deux fonctions f et g définies sur \mathbf{R} par

$$\begin{aligned} f(x) &= (3x+2)^2 - (2x+3)^2, \text{ et} \\ g(x) &= x^2 - 2x + 1. \end{aligned}$$

1. Développer, réduire et ordonner $f(x)$.
2. Mettre sous forme de produits de facteurs du premier degré $f(x)$ et $g(x)$.
3. Les fonctions rationnelles q et h de \mathbf{R} vers \mathbf{R} , définies par

$$q(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \quad \text{et} \quad h(x) = \frac{5(x+1)}{x-1}$$

sont-elles égales?

4. Calculer $h\left(-\frac{1}{3}\right)$ et $h(2,3)$.

Donner de ce dernier nombre une valeur approchée à 10^{-2} près par excès.

5. Résoudre dans \mathbf{R} les équations

$$h(x) = 0 \quad \text{et} \quad h(x) = 1.$$

Exercice 2

1. Déterminer l'ensemble des couples $(x; y)$ de réels tels que l'on ait simultanément

$$\begin{cases} y - 5x - 5 = 0, \\ y - x + 1 = 0. \end{cases}$$

2. Retrouver ces résultats à l'aide d'une représentation graphique.

GÉOMÉTRIE

Soit, dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , les points A, B, C et D définis par leurs coordonnées :

$$A(5; 0), \quad B(7; 6), \quad C(1; 4) \quad \text{et} \quad D(-1; -2).$$

1. Placer les points A, B, C et D.

2. **a.** Calculer les coordonnées du milieu, I, du segment [AC] et celles du milieu, J, du segment [BD].
Que peut-on dire des points I et J?
- b.** Calculer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{BD} et \overrightarrow{AC} .
- c.** Montrer que le quadruplet (A, B, C, D) définit un losange.
3. Déterminer les coordonnées du point E tel que

$$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}.$$

Montrer que les points B, C et E sont alignés.

Placer E sur la figure.

4. Calculer les distances CB, CD et CE.
Quelle est la nature du triangle défini par le triplet (B, E, D) ?