

🌀 Brevet Amiens juin 1977 🌀

ALGÈBRE

Exercice 1

On considère les fonctions polynômes définies sur \mathbb{R} par :

$$\begin{aligned}f(x) &= 9 - 5x \\g(x) &= 3x - 5 \\p(x) &= (9 - 5x)(3x - 5)\end{aligned}$$

1. Résoudre, dans \mathbb{R} , les équations

$$\begin{aligned}p(x) &= 0 \\|g(x)| &= 7.\end{aligned}$$

2. Factoriser $(9 - 5x)^2 - (3x - 5)^2$.
3. Résoudre, dans \mathbb{R} : $[f(x)]^2 = [g(x)]^2$.

Exercice 2

On considère à nouveau les fonctions f et g de l'exercice 1.

1. Quel est l'ensemble des valeurs réelles de x pour lesquelles on peut calculer le quotient $\frac{f(x)}{g(x)}$?
2. Résoudre, dans \mathbb{R} , l'équation

$$\frac{f(x)}{g(x)} = \sqrt{2}.$$

Montrer que la solution peut se mettre sous la forme $\frac{a + b\sqrt{2}}{c}$ où a et b sont des entiers et c un entier naturel premier.

3. On donne le réel $x = \frac{15 - 2\sqrt{2}}{7}$.

Sachant que l'on a : $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$ déterminer le décimal d d'ordre 3 (c'est-à-dire s'écrivant avec 3 chiffres après la virgule) tel que l'on ait :

$$d \leq x < d + 10^{-3}.$$

Exercice 3

On considère les fonctions polynômes définies sur \mathbb{R} par :

$$\begin{aligned}f(x) &= 9 - 5x \\h(x) &= 10x - 18 \\u(x) &= 81 - 90x + 25x^2 \\v(x) &= -3 + \frac{5}{3}x.\end{aligned}$$

1. Montrer qu'il existe un réel m , que l'on déterminera, tel que, pour tout x on ait : $h(x) = m.f(x)$.
2. Exprimer également, de façon simple, $u(x)$ et $v(x)$ à l'aide de $f(x)$.
3. Calculer

$$f(3); \quad h(3); v(3); \quad f\left(\frac{3}{5}\right); \quad f(1,8 - \sqrt{2}); \quad u(1,8 - \sqrt{2}).$$

GÉOMÉTRIE

Dans un plan P rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) on donne les points suivants définis chacun par le couple de ses coordonnées :

$$A(-1; 0), \quad B(0; -2), \quad C(0; 2), \quad D(3; -2)$$

1. Marquer les points A, B, C, D dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .
2. Calculer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AC} , \overrightarrow{AD} , \overrightarrow{CD} .
Préciser la nature du triangle ACD.
3. Soit E le point défini par l'égalité vectorielle :

$$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}.$$

Montrer que (A, C, E, D) définit un rectangle.

Calculer les coordonnées du point E.

4. L'unité d'angle étant le degré, on désigne par α l'écart angulaire de l'angle géométrique \widehat{ADC} .
Calculer la tangente de cet écart angulaire.
En déduire l'entier n tel que l'on ait : $n \leq \alpha < n + 1$.
On pourra utiliser l'extrait de table trigonométrique joint à l'énoncé.
5. Soit A' le symétrique de A par rapport à O.
Quelle est la nature du quadrilatère défini par (A, B, A' , C)?
Montrer que les droites ($A'B$) et (AD) sont orthogonales.

Tangentes	0,466 31	0,487 73	0,509 53	0,531 71	0,554 31
Degrés	25	26	27	28	29