Brevet Amiens juin 1989

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

1. Effectuer les calculs suivants (les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles) :

$$A = \frac{1}{2} - \frac{3}{4} \times \frac{20}{9}; \qquad B = \frac{\frac{1}{5} - \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{5}}.$$

2. Écrire C sous la forme $a\sqrt{b}$, où a est un entier relatif et b un naturel :

$$C = 3\sqrt{12} - 2\sqrt{75} + \sqrt{27}.$$

3. Écrire D sans radical au dénominateur :

$$D = \frac{2}{4\sqrt{3} - 7}$$

4. Donner un encadrement de $3 - 2\sqrt{5}$ à 10^{-3} près.
(On pourra utiliser $2,2360 \leqslant \sqrt{5} \leqslant 2,2361$.)
5. À tout nombre réel x, on fait correspondre le nombre réel $f(x)$ défini par

$$f(x) = (x-2)^2 - 3x + 6.$$

   a. Développer, réduire et ordonner $f(x)$ suivant les puissances décroissantes de x.

   b. Factoriser $f(x)$.

   c. Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'équation $f(x) = 10$.

   d. Calculer $f\left(-\sqrt{3}\right)$.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

Les deux exercices sont indépendants

Exercice 1

Soit un cercle de centre O et de rayon 5 cm.
Soit [AB] un diamètre de ce cercle. Soit C l'un des points du cercle tel que $\widehat{\text{BAC}} = 30°$.

1. Faire une figure.
2. Déterminer la nature des triangles AOC, ABC, BOC, en justifiant les réponses.
En déduire BC.
3. Calculer AC.

Exercice 2

Tracer un rectangle (A, B, C, D) tel que AB = 3 cm et BC = 6,5 cm.
Soit M le point appartenant au segment [AD] tel que AM = 2 cm.

1. Placer le point E tel que $\overrightarrow{CE} = \dfrac{3}{4}\overrightarrow{CM}$.
   La droite (Δ) passant par E et parallèle à la droite (BC) coupe la droite (BM) en F.
2. Exprimer $\overrightarrow{ME}$ en fonction de $\overrightarrow{MC}$ (en justifiant par le calcul).
3. En déduire $\dfrac{ME}{MC}$; puis calculer EF.
4. Calculer $\tan\widehat{AMB}$ et en déduire une valeur approchée à 1° près de $\widehat{AMB}$.

PROBLÈME

L'unité utilisée est le centimètre.
On considère un plan rapporté à un repère orthonormé (O, I, J).

1. Placer les points A(−2 ; −3) ; B(−4 ; 4) ; C(3 ; 6).
2. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$.
   Démontrer que ces vecteurs sont orthogonaux.
3. Calculer AB, puis BC.
4. Soit I le milieu du segment [AC]. Déterminer les coordonnées de I.
5. Soit D le symétrique de B par rapport à I. Déterminer les coordonnées de D.
6. Quelle est la nature du quadrilatère (A, B, C, D) ? Justifier.
7. Déterminer une équation de la droite (Δ) passant par D et de vecteur directeur $\overrightarrow{AC}$.
8. Les droites (Δ) et (AB) se coupent en E.
   Démontrer que A est le milieu de [BE].