Brevet des collèges Amiens juin 1990

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

1. **a.** On considère l'expression

$$A = (x+7)^2 - 3(x+7).$$

- Factoriser A.
- Résoudre l'équation $(x+7)(x+4) = 0$.
- Développer et réduire A.

b. Soit $B = x^2 + 11x + 28$.

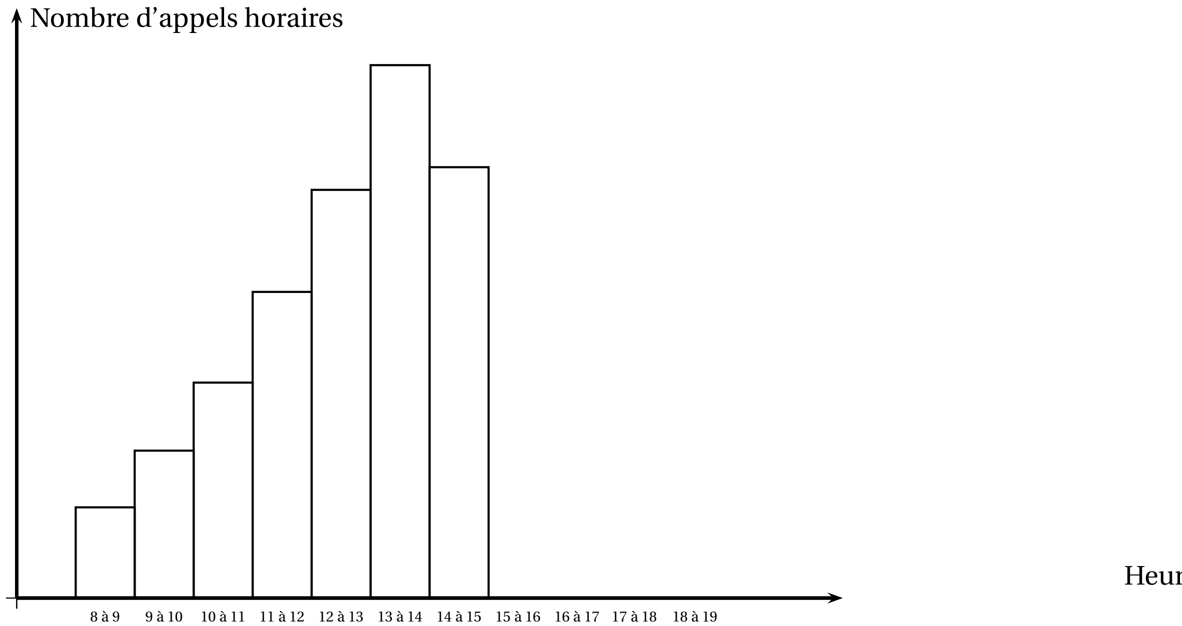
- Calculer B pour $x = 0,1$; $x = -4$; $x = \dfrac{2}{3}$.
- Calculer la valeur exacte de B pour $x = \sqrt{3}$, puis en donner une valeur approchée à 10^{-5} près par défaut.

2. Les bureaux d'une agence sont ouverts de 8 h à 19 h. Heure après heure, la standardiste enregistre le nombre d'appels téléphoniques qu'elle reçoit.
À la fin d'une journée, elle commence à établir le bilan reproduit ci-après.

1	2	3
Heures d'ouverture	Nombre d'appels enregistrés dans l'heure	Nombre total d'appels enregistrés depuis le début de la journée
8 h-9 h	8	8
9h-10 h	13	21
10 h-11 h	19	40
11 h-12 h	27	67
12 h-13 h	36	103
13 h-14 h	47	150
14 h-15 h	38	188
15 h-16 h	24	
16 h-17 h	20	
17 h-18 h	12	
18 h-19 h	6	

a. Compléter la colonne 3 du tableau ci-avant qui représente le nombre total d'appels enregistrés depuis le début de la journée.

b. Compléter le diagramme ci-après représentant le nombre d'appels en fonction de l'heure



c. • Quel est le nombre total d'appels enregistrés ce jour-là ?
• Combien d'appels ont été enregistrés avant midi ?
• Quel pourcentage du nombre total d'appels enregistrés pendant cette journée représente le nombre d'appels enregistrés avant midi ?

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

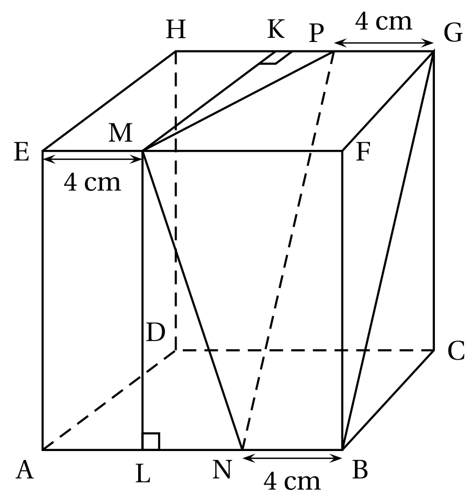
Exercice 1

Soit un repère orthonormal (O , I, J) (unité : le cm).

1. Tracer, dans ce repère, la droite D d'équation $y = -3x$ et la droite D' d'équation $y = \ x + 5.\ 3$
2. Montrer que ces droites sont perpendiculaires.
3. Déterminer les coordonnées de leur point d'intersection.
4. On appelle A le point d'intersection de D'avec l'axe des ordonnées, E le point de coordonnées $(-1,5\ ;\ 4,5)$.
   Calculer l'aire du triangle OEA.

Exercice 2

ABCDEFGH est un cube de côté 10 cm. Comme indiqué sur le dessin en perspective de ce cube, les points P, M et N sont tels que GP = BN = EM = 4 cm.
K est le projeté orthogonal de M sur l'arête [HG] et L est le projeté orthogonal de M sur l'arête [AB].
On se propose d'étudier le triangle MNP.



1. Montrer que le quadrilatère PGBN est un parallélogramme.
   En déduire la mesure exacte de PN.
2. Calculer KP et LN.
   En déduire les mesures exactes de MP et NM.
   Le triangle MNP est-il rectangle en M ?

PROBLÈME **12 points**

1. Construire un angle $\widehat{xOy}$ de 30°.

   Placer les points A, B, H suivants :

   - A est le point de la demi-droite [Ox) tel que OA = 3 cm.
   - B est le point de la demi-droite [Oy) tel que OB = 2 cm.
   - H est le projeté orthogonal de B sur la droite (OA).

   Pour les calculs on utilisera, si besoin, les données suivantes :

   $$\sin 30° = \frac{1}{2} \qquad \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \text{et } \tan 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

2. Déterminer la valeur exacte de BH.
3. Tracer le cercle $(\mathcal{C})$ de centre O et de rayon OA. La tangente en A au cercle $(\mathcal{C})$ coupe $[Oy)$ en D.

   Calculer la valeur exacte de AD.
4. En considérant les triangles OBH et ODA, écrire les rapports égaux à $\dfrac{\text{OA}}{\text{OH}}$ (justifier).

   En déduire que le triangle OAD est un agrandissement du triangle ORB dans le rapport $\sqrt{3}$.
5. En déduire le nombre par lequel il faut multiplier l'aire du triangle OHB pour obtenir l'aire du triangle OAD.
6. La demi-droite $[Oy')$ telle que $\widehat{yOy'} = 180°$ coupe le cercle $(\mathcal{C})$ en E.

   On considère la rotation de centre O qui transforme A en E.

   Construire l'image F du point D par cette rotation.

   En déduire la nature et l'aire du triangle OEF.