∽ Brevet - Amiens juin 1993 ∽

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

Exercice 1

1. **a.** Développer : $A = \left(\sqrt{7} - \sqrt{3}\right)^2$.
   b. Simplifier : $B = \left(5 - \sqrt{2}\right)\left(5 + \sqrt{2}\right)$.
2. Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ (a et b désignant des entiers) :

$$C = \sqrt{75} + \sqrt{48}.$$

3. Écrire sous la forme d'une fraction aussi simple que possible : 20
   a. $D = \dfrac{\sqrt{20}}{\sqrt{45}}$
   b. $E = \dfrac{5^2 \times 10^{-5}}{2^5 \times 10^{-2}}$.

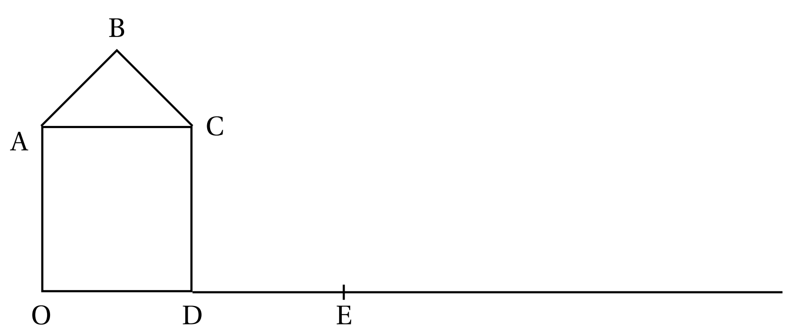
Exercice 2

1. **a.** Développer et réduire : $(5x+3)(x+1)$
   b. Écrire : $(3x+2)^2 - (2x+1)^2$ sous forme d'un produit de facteurs.
2. ABC est un triangle rectangle en A.
   x désigne un nombre positif.
   On donne BC $= 3x + 2$
   AB $= 2x + 1$.
   Exprimer AC en fonction de x.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

Exercice 1

On considère la figure $\mathscr{F}$ définie par les points A, B, C, D, O ci-dessous, et le point E sur la droite (OD) tel que OD = DE.
D 0 sur le dessin



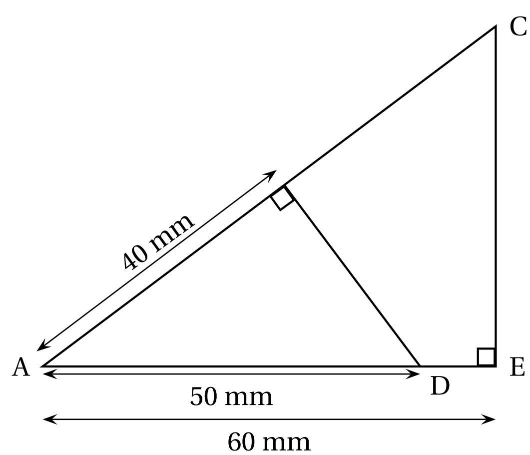
1. Reproduire $\mathscr{F}$ et construire la figure $\mathscr{F}'$ image de $\mathscr{F}$ dans la translation de vecteur $\overrightarrow{\mathrm{OC}}$.
2. Construire la figure $\mathscr{F}''$ image de $\mathscr{F}'$ dans la translation de vecteur $\overrightarrow{\mathrm{AD}}$.
3. Peut-on passer de $\mathscr{F}$ à $\mathscr{F}''$ par une translation ? Si oui, laquelle ?
1.

Exercice 2

On considère les triangles rectangles ABD et AEC dessinés ci-après, et on connaît les longueurs (en millimètres)

$$\mathrm{AB} = 40\,;\ \mathrm{AD} = 50\,;\ \mathrm{AE} = 60.$$

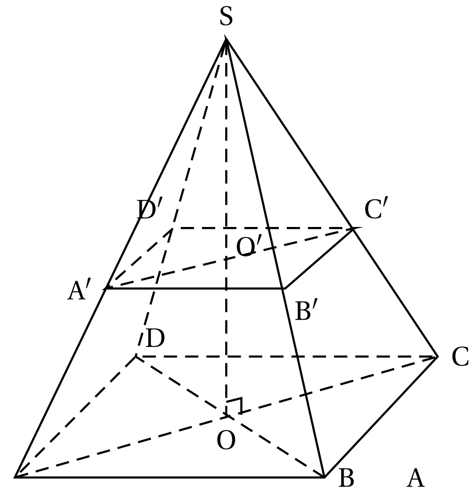
1. Calculer BD.
2. Calculer l'aire du triangle ABD.
3. Exprimer, en fonction des côtés du triangle, la tangente de l'angle $\widehat{\mathrm{A}}$
   a. dans le triangle ABD,
   b. dans le triangle AEC.·



Vérifier par le calcul que la longueur de CE est 45 mm.
Calculer l'aire du triangle AEC.
Soit $k = \dfrac{\mathrm{BD}}{\mathrm{CE}}$ et $K = \dfrac{\text{aire ABD}}{\text{aire AEC}}$.
Écrire k et K sous forme de fractions simplifiées et vérifier que $K = k^2$.

Exercice 3

On considère une pyramide régulière dont la base est un carré ABCD, dont le sommet est le point S, et qui est représentée ci-après en perspective cavalière.
On sait que AB mesure 20 cm et que la hauteur SO mesure 25 cm.



1. Calculer le volume V de la pyramide.
2. On coupe la pyramide par un plan parallèle au plan de la base ABCD.

   Ce plan coupe [SA] en A′, [SB] en B′, [SC] en C′, [SD] en D′ et [SO] en O′ tel que $\dfrac{\text{SA}'}{\text{SA}} = \dfrac{3}{5}$.

   Après avoir énoncé la propriété utilisée, calculer :

   a. SO′ et A′B′,

   b. le volume V' de la pyramide SA′B′C′D′.

PROBLÈME

Une société de transport décide d'étudier à partir du mois de juin la rentabilité de chacun de ses autocars.
Il y a deux sortes de dépenses : des charges fixes mensuelles et des frais de carburant.
Les recettes sont constituées par la facturation à 7,50 F le km de chaque voyage effectué par un autocar.
Voici le tableau de données pour un autocar :

	Charges fixes en F	Consommation en litres par 100 km	Distance parcourue en km	Prix du litre de carburant en F	Recette pour 1 km en F
Juin	3 300	30	2 500	3	7,50
Juillet	3 300	30	x	3	7,50

Partie A. *Dépenses et recettes en juin*

1. Calculer en litres la quantité de carburant consommé en juin parcet autocar.
2. Calculer le montant des dépenses en juin (charges fixes augmentées des frais de carburant consommé en juin).
3. Calculer la recette en juin pour cet autocar.
4. Calculer pour cet autocar le bénéfice réalisé en juin (recette mensuelle à laquelle on retire les dépenses).

Partie B. *Dépenses el recettes en juillet*

Le nombre x de kilomètres est inconnu, les autres données sont identiques à celles de juin.

1. On appelle Q la quantité de carburant consommé en juillet.
   Exprimer Q en fonction de x.
2. On appelle y le montant des dépenses en juillet.
   Démontrer que $y = 0,9x + 3\,300$.
3. On appelle z la recette de juillet. Exprimer z en fonction de x.

Partie C. *Graphiques*

1. Dans un repère orthogonal, construire les deux droites (D_1) et (D_2) d'équations respectives :
   $y = 0,9x + 3\,300$ et $y = 7,5x$.
   (Utiliser une feuille de papier millimétré. Prendre en abscisse 1 cm pour 200 km et en ordonnée 1 cm pour 1 000 F.
2. **a.** Montrer en utilisant les équations de (D_1) et de (D_2) que les points A(2 500 ; 5 550) et B(2 500 ; 18 750) sont respectivement sur (D_1) et sur (D_2).
   b. En utilisant les parties A et B du problème, expliquer comment ce résultat peut être retrouvé.
3. **a.** Calculer, en résolvant une équation, le nombre de km pour lequel les dépenses et les recettes s'équilibrent (sur un mois pour un autocar).
   b. À l'aide du résultat précédent et d'une lecture graphique, trouver le nombre de km que doit parcourir l'autocar pour être rentable.

Partie D.

On suppose que le prix du carburant subit une augmentation de 50 %.

1. Exprimer, dans les mêmes conditions, le montant y des dépenses mensuelles pour un parcours de x kilomètres.
2. Les recettes étant inchangées, déterminer le nombre de km à partir duquel les recettes l'emportent sur les dépenses. (Ce nombre doit être entier).