Brevet Amiens septembre 1976

ALGÈBRE

x désignant un réel, soit

$$\begin{array}{rcl} f(x) & = & (x-3)(2x-1)-(2x-6)(x+2)+\left(x^2-9\right) \text{ et} \\ g(x) & = & (2x-1)^2-(x+2)^2. \end{array}$$

1. Écrire $f(x)$ et $g(x)$ sous la forme de produits de facteurs du premier degré.
2. On considère la fonction rationnelle q de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par

$$q(x)=\frac{f(x)}{g(x)}.$$

   a. Déterminer l'ensemble de définition, $\mathcal{D}$ de q (ensemble des valeurs réelles de x pour lesquelles on peut calculer $q(x)$).

   b. x désignant un élément de D. donner une expression simplifiée de $q(x)$.

3. On considère la fonction rationnelle q' définie sur $\mathcal{D}$ par

$$q'(x)=\frac{x-2}{3x+1}.$$

   a. Déterminer l'image de $1+\sqrt{3}$ par q'.
   Mettre la réponse sous la forme $a+b\sqrt{3}$ où a et b sont des rationnels.
   Sachant que l'on a $1,732<\sqrt{3}<1,733$, donner de $q'\left(1+\sqrt{3}\right)$ un encadrement à 10^{-2} près.

   b. Résoudre dans $\mathcal{D}$ l'équation $q'(x)=1$.

4. Dans un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ tracer les représentations graphiques des fonctions affines f_1 et f_2 définies par

$$f_1 : x \longmapsto f_1(x)=x-2 \text{ et } f_2 : x \longmapsto f_2(x)=3x+1.$$

   Retrouver, d'après le graphique, la solution de la question 3. b.

GÉOMÉTRIE

Dans un plan (P) rapporté à un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ on considère les points

$$\text{A}(2\,;3),\quad \text{B}(-2\,;\,1)\quad \text{et}\quad \text{C}(5\,;\,-3).$$

1. Écrire les vecteurs $\overrightarrow{\text{OA}}$, $\overrightarrow{\text{OB}}$ et $\overrightarrow{\text{OC}}$ sous forme de combinaisons linéaires de $\vec{\imath}$ et de $\vec{\jmath}$.
2. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{\text{AB}}$, $\overrightarrow{\text{AC}}$ et $\overrightarrow{\text{BC}}$ dans la base $\left(\vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.
   Montrer que le triangle (ABC) est rectangle.

3. Calculer les coordonnées du point D tels que le bipoints (A, C) et (B, D) soient équipollents.

Quelle est la nature du quadrilatère défini par (A. B, D, C) ?

4. Soit M le milieu de [AC] ; P le symétrique de D par rapport à M.

Montrer que A est le milieu du bipoint (B, P).

5. Dans le triangle ABC déterminer la tangente de l'écart angulaire de l'angle géométrique $\widehat{ACB}$.

En déduire à l'aide de l'extrait de table ci-dessous, une valeur approchée à une unité près par défaut de cet écart angulaire (unité : le degré).

Angle	30	31	32
Tangente	0,577 4	0,600 9	0,624 9
Angle	33	34	35
Tangente	0,649 4	0,674 5	0,700 2