

∞ Brevet Amiens septembre 1977 ∞

Algèbre

Partie A

Soit f la fonction polynôme définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = (5x - 3)^2 - 4.$$

1. Vérifier qu'après développement et réduction des termes semblables, $f(x)$ peut se mettre sous la forme :

$$f(x) = ax^2 + bx + c \quad \text{où } a, b, c \text{ sont des entiers.}$$

2. Factoriser $f(x)$.
Résoudre, dans \mathbb{R} , l'équation $f(x) = 0$.
3. Calculer $f(0)$; $f(0,04)$; $f\left(\frac{1}{2}\right)$; $f(\sqrt{3})$.

On donne : $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$.

Cela permet-il de donner de $f(\sqrt{3})$ un encadrement d'amplitude (ou de largeur) 0,01?

Justifier votre réponse.

Donner l'approximation décimale d'ordre 1 (nombre décimal comportant 1 chiffre après la virgule) par défaut de $f(\sqrt{3})$.

Partie B

1. f désignant toujours la fonction précédente, quel est l'ensemble \mathcal{E} des valeurs de x pour lesquelles on peut calculer le quotient

$$q(x) = \frac{x^2 - 1}{f(x)}.$$

x étant élément de \mathcal{E} , simplifier l'écriture de $q(x)$.

2. On pose, pour x réel différent de $\frac{1}{5}$:

$$h(x) = \frac{x+1}{5(5x-1)}.$$

- a. Résoudre, dans \mathbb{R} , l'équation $h(x) = 1$.
- b. Existe-t-il des réels tels que l'on ait $h(x) = \frac{1}{25}$?

Géométrie

Illustrer le problème suivant par une figure soignée.

Toutes vos réponses doivent être justifiées.

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on donne les points A et B définis par

$$\overrightarrow{OA} = 4\vec{i} + 6\vec{j} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{OB} = 7\vec{i} + 4\vec{j}$$

1. Quelles sont les coordonnées des points A et B?
Exprimer le vecteur \overrightarrow{AB} à l'aide des vecteurs \vec{i} et \vec{j} .
Montrer que OAB est un triangle rectangle.
2. Soit M le milieu du segment [AB] et I le milieu du segment [OB].
Calculer les coordonnées des points M et I.
3. Δ désigne la droite d'équation $6x - 4y - 13 = 0$.
Vérifier, par le calcul que les points M et I sont des points de Δ .
Montrer que Δ est la médiatrice du segment [AB].
4. Soit C le point défini par $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AB}$.
Montrer que (O, A, B, C) définit un rectangle.
Pouvez-vous citer un axe de symétrie de ce rectangle?
5. Déterminer par leurs coordonnées les points d'intersection du cercle de diamètre [AC] avec l'axe de repère (O, \vec{i}) , puis avec l'axe de repère (O, \vec{j}) .