

∞ Brevet Amiens septembre 1978 ∞

Algèbre

On considère les deux fonctions polynômes f et g définies dans \mathbb{R} par :

$$\begin{aligned}f(x) &= 3x + 5 \\g(x) &= 4x^2 - 1.\end{aligned}$$

- Calculer $(f \circ g)(x)$ en présentant le résultat sous forme d'un polynôme réduit.
 - Calculer $(g \circ f)(x)$ en présentant le résultat sous forme d'un produit de polynômes du premier degré.
- Résoudre dans \mathbb{R} les équations

$$(f \circ g)(x) = \frac{7}{3}.$$

$$(f \circ g)(x) = 0$$

$$(g \circ f)(x) = 0.$$

Chacune des fonctions $f \circ g$ et $g \circ f$ définit-elle une bijection de \mathbb{R} dans \mathbb{R} ?

- Soit la fonction rationnelle F , de \mathbb{R} dans \mathbb{R} , donnée par :

$$F(x) = \frac{36x^2 - 81}{(6x + 9)(6x + 11)}.$$

- Quel est son ensemble de définition \mathcal{D}_F ? Simplifier sur \mathcal{D}_F l'écriture de $F(x)$.
 - Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $F(x) = 1$.
- Dans un plan muni d'un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , tracer les représentations graphiques des fonctions affines, de \mathbb{R} dans \mathbb{R} , définies par :

$$A(x) = 6x - 9 \quad B(x) = 6x + 11.$$

Utiliser le graphique obtenu pour interpréter la réponse donnée à la question 3. b.

N. B. Les questions 3. et 4. sont indépendantes de la question 1.

Géométrie

Dans le plan euclidien muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on donne les points

$$A(0; 3); \quad B(3; 5); \quad C(5; 2).$$

- Calculer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} ; en déduire les distances $d(A, B)$ et $d(B, C)$.
Quelle est la nature du triangle (A, B, C) ?
- Calculer les coordonnées du point D tel que le quadruplet (A, B, C, D) soit un parallélogramme. Sans nouveau calcul, comparer :
 - les directions des droites (AC) et (BD) .

- b.** les distances $d(A,C)$ et $d(B,D)$.
- 3. a.** Soit E le point de la droite (AB) dont l'abscisse est égale à 2.
Quel est le nombre réel k tel que $\overrightarrow{AE} = k\overrightarrow{AB}$?
Quelle est la distance $d(A, E)$?
- b.** Soit F l'image de E par la projection orthogonale sur la droite (AC).
Quelle est la nature du triangle (A, E, F) ?
Calculer $d(A,F)$ et $d(F, E)$.
- 4.** Soit (\mathcal{C}) le cercle de diamètre [F, C].
Il coupe le segment [B, C] en G et le segment [C, D] en H.
Quelle est la nature du quadruplet (F, G, C, H) ?