Brevet Amiens septembre 1979

ALGÈBRE

Soit f et g les fonctions polynômes, de $\mathbb{R}$ sur $\mathbb{R}$, définies par

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-4)(2x+1)+\left(x^2-8x+16\right), \\ g(x) &= (2x+3)^2-(x+4)^2. \end{aligned}$$

1. Mettre $f(x)$ et $g(x)$ sous forme de polynômes réduits et ordonnés.
2. Mettre $f(x)$ et $g(x)$ sous forme de produits de facteurs du premier degré.
3. Calculer $f(1)$; $f\left(-\dfrac{3}{4}\right)$ et $g\left(\sqrt{2}\right)$.
4. Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'équation $g(x)=0$.
5. Soit $E=\{x/x\in\mathbb{R}\,\text{et}\, g(x)\neq 0\}$ et la fonction rationnelle h définie pour tout x de E par

$$h(x)=\frac{f(x)}{g(x)}.$$

   Simplifier $h(x)$ sur E.
6. Construire dans un plan rapporté au repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ les représentations graphiques (D) et (D') des deux fonctions affines définies pour tout x de $\mathbb{R}$, par

$$s(x)=x-4 \quad \text{et } t(x)=3x+7.$$

7. Calculer les coordonnées du point d'intersection I de (D) et (D').
   Retrouver le résultat sur la figure.

GÉOMÉTRIE

Dans un plan muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, on donne trois points A, B et D définis par

$$\overrightarrow{\text{OA}}=2\vec{\imath}+2\vec{\jmath}, \quad \overrightarrow{\text{OA}}=8\vec{\imath}+4\vec{\jmath}, \quad \text{et} \quad \overrightarrow{\text{OD}}=8\vec{\jmath}.$$

1. Placer les points A, B et D.
2. Démontrer que le triangle (A, B, D) est rectangle et isocèle.
3. Calculer les coordonnées de I, milieu de (D, B).
4. Montrer que les droites (A, I) et (B, D) sont orthogonales.
5. On considère la symétrie centrale S_{I} de centre I. Soit C = S_{I}(A).
   Calculer les coordonnées de C.
6. Montrer que les points A, B, C et D appartiennent à un même cercle dont on précisera le centre et le rayon.
   Les points H et K de coordonnées respectives (8; 8) et (9; 4) appartiennent-ils à ce cercle ?