

∞ Brevet des collèges Amiens juin 1975 ∞

I.

On considère les fonctions polynômes f et g définies par :

$$\begin{aligned} f(x) &= (5x-4)^2 - 4(2x-3)^2 \\ g(x) &= (4x+8) + 2(x+2)^2 \end{aligned}$$

1. Écrire $f(x)$ et $g(x)$ sous la forme de produits de facteurs du premier degré.
2. Développer, réduire et ordonner $f(x)$ et $g(x)$ suivant les puissances décroissantes de x .
3. a. Donner une valeur approchée à 10^{-2} près par défaut de $f(\sqrt{2})$.
On utilisera l'encadrement suivant de $\sqrt{2}$: $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$.
- b. Résoudre dans \mathbf{R} l'équation $g(x) = 0$.
4. On considère les fonction rationnelles q et q' de \mathbf{R} vers \mathbf{R} définies par :

$$q(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \quad ; \quad q'(x) = \frac{9x-10}{2x+8}$$

Sur quelle partie de \mathbf{R} a-t-on $q(x) = q'(x)$.

5. Déterminer les images de 0 et de $-\frac{1}{2}$ par q' .
Résoudre dans \mathbf{R} les équations :
 - a. $q'(x) = 0$
 - b. $q'(x) = -\frac{2}{3}$.

II.

Dans le plan P rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) on considère les points $A(2; 1)$, $B(1; 4)$, $C(8; 3)$.

1. Placer les points A, B, C.
2. Calculer les coordonnées des points D et E symétriques de B et C par rapport à A.
3. Calculer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} dans la base (\vec{i}, \vec{j}) .
Montrer que les droites (BD) et (AC) sont orthogonales.
Que représente la droite (AC) pour le segment [BD] ?
4. Montrer que (B, C, D, E) définit un losange. Calculer la longueur des côté de ce losange.
5. Dans le triangle ABC, déterminer le sinus de l'écart angulaire de l'angle géométrique \widehat{BCA} .
En déduire à l'aide des tables trigonométriques une valeur approchée entière en degrés de cet écart angulaire.