∽ Brevet Amiens septembre 1988 ∾

Première partie

1. Calculer (donner une valeur exacte, la plus simple possible, et non une valeur approchée) :

$$2+\frac{3}{4}\,;\qquad 1,7-\frac{5}{3}\,;\qquad \frac{2}{3}-\frac{1}{4}\,;\qquad -\frac{3}{4}\times\frac{18}{5}.$$

2. Écrire. sans radical au dénominateur, $\dfrac{3-7\sqrt{2}}{2\sqrt{5}+3\sqrt{2}}$.

3. $A=\sqrt{20}-\sqrt{45}-\sqrt{125}$.
Simplifier A.
Sachant que $2,236<\sqrt{5}<2,237$, donner une valeur approchée de A à $0,1$ près par défaut.

4. $f(x)=(2x+3)^2-(3x-1)^2$

- **a.** Développer $f(x)$.
- **b.** Factoriser $f(x)$.
- **c.** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x)=0$.
- **d.** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x)=8$.

5. Résoudre dans $\mathbb{R}$ le système d'inéquations

$$\left\{\begin{array}{rcl} 2x+5 & \geqslant & 0\\ -3x-2 & < & 0.\end{array}\right.$$

Deuxième partie

Le plan est muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ (l'unité est le cm).
On considère les points A$(0\,;+3)$; B$(+4\,;+1)$; C$(-2\,;-1)$.

1. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{\text{AB}}$ et $\overrightarrow{\text{AC}}$.
En déduire que le triangle ABC est un triangle rectangle.

2. Calculer AB, AC et BC et en déduire la nature du triangle ABC.

3. Construire la droite (D) d'équation $y=3x+3$.
Le point A appartient-il à (D) ? Vérifier par le calcul.

4. Déterminer par le calcul les coordonnées de E tel que ABCE soit un parallélogramme.

Troisième partie

Devant effectuer fréquemment un voyage en train, toujours sur le même trajet, j'ai le choix entre trois options :

— *Option T* : acheter pour chaque voyage un billet au tarif normal de 50 francs ;

— *Option M* : acheter une carte demi-tarif qui coûte 300 francs pour l'année et payer, de plus, chaque voyage à moitié prix ;
— *Option A* : acheter une carte d'abonnement qui coûte 2 000 francs pour l'année et ne rien payer pour chaque voyage.

Les représentations graphiques sont à faire sur une même feuille :
— demi-axes perpendiculaires $\mathrm{O}x$ et $\mathrm{O}y$;
— sur $\mathrm{O}x$: 1 cm représente 5 voyages ; sur $\mathrm{O}y$: 1 cm représente 100 francs ; x désigne le nombre de voyages effectués dans l'année.

1. *Option T* :

a. Exprimer en fonction de x la dépense annuelle $T(x)$, en francs, pour x voyages. Calculer $T(0)$ et $T(40)$.

b. Tracer la représentation graphique Δ_1 de l'application dans $\mathbb{R}$: $x \longmapsto T(x)$ en expliquant.

2. *Option M* :

a. Exprimer en fonction de x la dépense annuelle totale (carte comprise) $M(x)$ pour x voyages. Calculer $M(0)$ et $M(40)$.

b. Tracer la représentation graphique Δ_2 de l'application dans $\mathbb{R}$: $x \longmapsto M(x)$ en expliquant.

3. Comparaison des options M et T :

a. Pour combien de voyages les options M et T donnent-elles la même dépense ?

Poser une équation, la résoudre algébriquement, l'interpréter graphiquement.

b. Pour combien de voyages prendre une carte demi-tarif est-il plus économique que voyager au tarif normal ?

Poser une inéquation, la résoudre algébriquement, l'interpréter graphiquement.

4. *Option A* :

Quelle est la valeur de $A(x)$ dépense totale annuelle pour x voyages avec carte d'abonnement ?

Représenter graphiquement par Δ_3 l'application dans $\mathbb{R}$: $x \longmapsto A(x)$ en expliquant quelle est cette application.

5. Résoudre dans $\mathbb{R}^*$ l'inéquation $300 + 25x \leqslant 2000$.

Interpréter graphiquement.

Rédiger une phrase pour expliquer à quelle question concrète sur les tarifs correspond cette inéquation et quelle en est la réponse.

6. *Conclusion* :

En utilisant graphique ou calculs, comparer $T(x)$, $M(x)$ et $A(x)$.

Quel est le nombre annuel de voyages pour lequel chacune des trois options est la plus économique ?