Amiens septembre 1997

Activités numériques

Exercice 1

On considère les nombres : 3212

$$A = \frac{3}{7} - \frac{2}{3} \times \frac{12}{7}; \quad B = 2\sqrt{63} + \sqrt{28} - \sqrt{175}; \quad C = \left(3 - \sqrt{5}\right)\left(3\sqrt{5} + 5\right)$$

1. Calculer A. Donner le résultat sous forme fractionnaire la plus simple possible.
2. Écrire B et C sous la forme $a\sqrt{b}$, a et b étant deux nombres entiers positifs et b étant le plus petit possible.

Exercice 2

Soit $E = (5x - 2)^2 - (x - 8)(5x - 2)$.

1. Développer, réduire et ordonner E.
2. Factoriser E.
3. Résoudre l'équation $(5x - 2)(2x + 3) = 0$.

Exercice 3

Dans une classe de troisième de 28 élèves, le professeur de mathématiques demande à chacun de ses élèves combien de temps ils regardent en général la télévision par jour.
Les résultats sont répertoriés dans le tableau ci-dessous :

Temps passé en minutes	$0 \leqslant t < 30$	$30 \leqslant t < 60$	$60 \leqslant t < 90$	$90 \leqslant t < 120$	$120 \leqslant t < 150$	$t \geqslant 150$
Nombre d'élèves	1	5	11	7	2	2

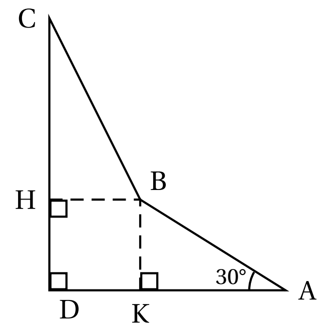
1. Construire sur votre copie l'histogramme traduisant cette situation.

   Unités graphiques : $\left\{\begin{array}{l}\text{en abscisse : 2 cm pour 30 minutes.}\\ \text{en ordonnée : 1 cm pour 1 élève.}\end{array}\right.$
2. Combien d'élèves regardent la télévision moins d'une heure par jour ?
3. Combien d'élèves regardent la télévision au moins deux heures par jour ?
4. Quel est le pourcentage d'élèves de la classe qui passent au moins 1 heure et moins de 1 heure 30 devant la télévision par jour ? (donner le résultat arrondi à l'unité).

Activités géométriques

Exercice 1

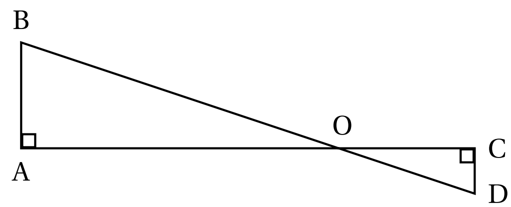
L'unité de longueur est le centimètre.
On considère le quadrilatère ABCD et les points H et K définis par la figure codée ci-contre.
On donne :
BC = 8,5 ; CD = 13 ; DK = 4 ; $\widehat{\text{BAK}} = 30°$.
(Sur le schéma, les dimensions ne sont pas respectées)



1. Justifier que le quadrilatère BHDK est un rectangle.
2. Démontrer que CH = 7,5. En déduire BK.
3. Calculer AB.

Exercice 2

En optique, une lentille B convergente placée en O donne d'un objet [AB] une image renversée [CD].
On représente la situation par le schéma ci-contre.

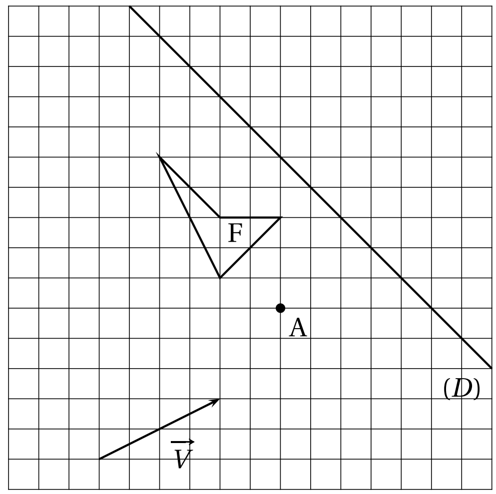


On donne :
AB = 60 cm, OA = 2 m, OC = 50 cm
Les droites (AB) et (CD) sont perpendiculaires à la droite (AC). Les droites (AC) et (BD) se coupent en O.

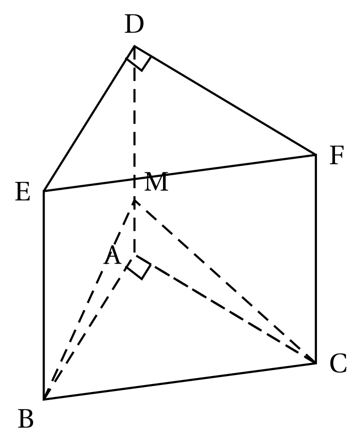
1. Démontrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
2. En justifiant, calculer la longueur en centimètres de l'image [CD].
3. Déterminer, par le calcul, l'arrondi au degré de la mesure de l'angle $\widehat{\text{AOB}}$.

Exercice 3

Tracer sans explications mais en numérotant bien les figures :
- l'image F_1 de la figure F par la symétrie centrale de centre A ;
- l'image F_2 de la figure F par la symétrie orthogonale par rapport à la droite (D) ;
- l'image F_3 de la figure F par la translation de vecteur $\overrightarrow{V}$.



Problème



Dans tout ce problème, l'unité de longueur est le centimètre.
La figure ci-contre (qu'on ne demande pas de reproduire) représente un prisme droit ABCDEF dont la base ABC est un triangle rectangle en A.
On donne :
AB = 4 ; AC = 6 ; AD = 8.
On note M un point quelconque de l'arête [AD] et on considère la pyramide MABC de sommet M et de base ABC.

Question préliminaire

Calculer le volume V_1 du prisme ABCDEF, exprimé en cm^3.

Partie A

Dans cette partie, on pose DM = 3.

1. Expliquer brièvement pourquoi les triangles MAB et MAC sont des triangles rectangles.
2. **a.** Calculer la longueur MA.
   b. Construire la patron de la pyramide MABC.
   (on pourra commencer par dessiner la base ABC au centre de la feuille).
3. Calculer le volume de la pyramide MABC.

Partie B

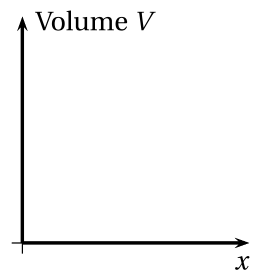
Dans cette partie, on pose DM = x.

1. Quelles sont les valeurs possibles pour x ?

2. Exprimer, en fonction de x, le volume V de la pyramide MABC et montrer que $V = -4x + 32$.
3. **a.** Retrouver le volume de la pyramide MABC obtenu dans la partie A.

   b. Déterminer par le calcul la valeur de x telle que $V = \frac{1}{3}V_1$.
   (V_1 a été calculé en question préliminaire).
   Où se situe le point M dans ce cas ?

   c. Peut-on avoir $V = \frac{1}{2}V_1$? Justifier la réponse.
4. Dans le plan muni d'un repère orthogonal, représenter graphiquement le volume V de la pyramide en fonction de la longueur x. On rappelle que $V = -4x + 32$.
   Le graphique sera fait sur votre copie, selon le modèle ci-dessous.
   On prendra :
   $\begin{cases} \text{1 cm pour unité sur l'axe des abscisses} \\ \text{1 cm pour 2 unités sur l'axe des ordonnées.} \end{cases}$



5. Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes (tracer sur le graphique, les pointillés nécessaires).

   a. Quelle est la valeur de x pour laquelle $V = 12$ cm^3 ?

   b. Quel est le volume V correspondant à DM = 2,5 cm ?