Brevet Amiens septembre 1998

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

Exercice 1

Soit $A = 2x - 4$ et $B = 6x - 20$.

1. Calculer A et B pour $x = \dfrac{5}{2}$.
2. Le nombre $\dfrac{5}{2}$ est-il solution de l'inéquation $2x - 4 > 6x - 20$?
3. Résoudre l'inéquation $2x - 4 > 6x - 20$ et représente graphiquement, sur une droite graduée, les solutions de cette inéquation.

Exercice 2

Soit $C = 8 + \sqrt{2}$ et $D = \sqrt{2} - 3$.

Calculer C^2 et $C \times D$.

On donnera chaque résultat sous la forme $a + b\sqrt{2}$, où a et b sont des nombres entiers relatifs.

Exercice 3

Soit $E = (3x - 5)(2x - 1) - (3x - 5)^2$.

1. Développer et réduire E.
2. Factoriser E.
3. Résoudre l'équation : $(3x - 5)(-x + 4) = 0$.

Exercice 4

Le tableau ci-dessous indique le nombre d'habitants et la superficie (en km^2) des départements de l'Aisne, de l'Oise et de la Somme, qui composent la région Picardie.

	AISNE	OISE	SOMME	PICARDIE
Nombre d'habitants	537 259	725 603	547 825	1 810 687
Superficie (en km^2)	7 369	5 860	6 170	19 399

1. Calculer la densité de la population (nombre moyen d'habitants par kilomètre carré) pour la région Picardie (on donnera l'arrondi du résultat à l'unité).
2. On veut représenter la répartition par département de la population Picarde par un diagramme circulaire.

   Reproduire et compléter sur votre copie le tableau ci-dessous (les mesures seront arrondies au degré).

	AISNE	OISE	SOMME	PICARDIE
Nombre d'habitants	537 259	725 603	547 825	1 810 687
Superficie (en km^2)	107°			360°

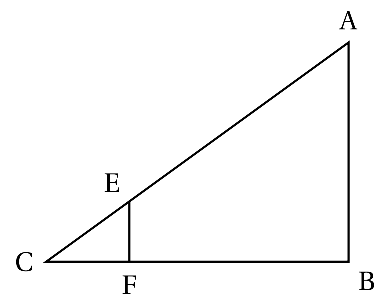
Faire le diagramme circulaire en prenant 4 cm pour rayon du disque.

3. Quel pourcentage de la population picarde représente le nombre d'habitants du département de l'Oise ? (On donnera la valeur arron- die au dixième.)

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

Exercice 1

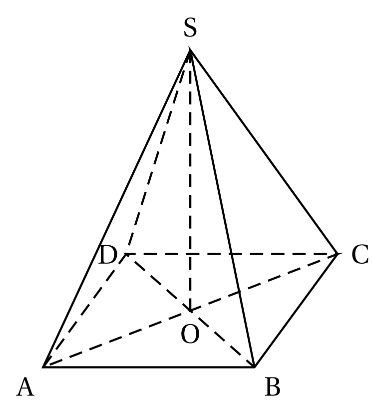
Sur la figure ci-contre, on sait que :
CF = 2 cm ; CB = 8 cm ; CA = 10 cm ;
(AB) $\perp$ (CB) et (CB) $\perp$ (EF).
(Les dimensions ne sont pas respectées sur le croquis.)



1. Démontrer que les droites (EF) et (AB) sont parallèles.
2. Calculer la longueur du segment [CE].
3. On considère le point G du segment [CA] tel que CG = 5 cm et le point H du segment [CB] tel que CH = 4 cm.
   Les droites (GH) et (AB) sont-elles parallèles ? Justifier la réponse.

Exercice 2

La Grande Pyramide de Gizeh en Égypte est une pyramide â base carrée de 227 m de côté et de 138 m de haut.
(Voir croquis ci-après)
SO = 138 m ; AB = 227 m.



1. Calculer la valeur du volume V de la pyramide, en m^3.
2. On veut construire une maquette de cette pyramide à l'échelle 1/1 000.
   Quelle est la hauteur h' de cette nouvelle pyramide ?

Exercice 3

1. Tracer un cercle de centre O et de diamètre [AB] tel que AB = 8 cm.
   Construire un point E sur ce cercle tel que BE = 5 cm.
2. Expliquer pourquoi le triangle BEA est un triangle rectangle en E.
3. Calculer la longueur du segment [AE] (on donnera la valeur exacte, puis l'arrondi au dixième).
4. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{\text{ABE}}$ (on donnera l'arrondi au degré du résultat).

PROBLÈME

Partie A

Un plan est muni d'un repère orthogonal dans lequel on prendra comme unité le centimètre sur les deux axes.
On utilisera du papier quadrillé et on pourra placer l'origine du repère en bas et â gauche de la feuille.

1. Dans ce repère, tracer les droites :
   D_1 : d'équation $y = 2x$.
   D_2 : d'équation $y = 2x + 3$.
   D_3 :d'équation $y = -3x + 15$.
2. Parmi ces droites, quelles sont celles qui sont parallèles ? Justifier.
3. Placer le point A de la droite D_1 d'ordonnée $y_A = 15$.
   Calculer son abscisse x_A.
4. La droite D_3 coupe l'axe des ordonnées en C.
   Déterminer par le calcul les coordonnées des points B et C.

Partie B

Dans le plan rapporté au repère orthogonal précédent, on considère comme unités graphiques :
— en abscisse : 1 cm pour 1 heure ;
— en ordonnée : 1 cm pour 1 m^3.
Un robinet R déverse 2 m^3 d'eau par heure dans une cuve.

1. *On suppose la cube vide au départ* et on ouvre le robinet R.
   On note : x le temps, exprimé en heures, pendant lequel on laisse ouvert le robinet R ;
   V_1 le volume d'eau, en m^3, contenu dans la cuve au bout du temps x.
   a. Exprimer le volume V_1 d'eau contenu dans la cuve en fonction de x.
   b. Déterminer le temps nécessaire pour que le cube contienne 15 m^3. (On pourra utiliser la partie A.)
2. *En supposant maintenant que la cuve contienne déjà* 3 m^3 d'eau au départ, on ouvre â nouveau le robinet R.
   On note : x le temps, exprimé en heures, pendant lequel on laisse ouvert le robinet R ;
   V_2 le volume d'eau, en m^3, contenu dans la cuve au bout du temps x.
   a. Exprimer le volume V_2 d'eau contenu dans la cuve en fonction de x.
   b. Trouver le volume d'eau, exprimé en m^3, contenu dans la cuve au bout de 2 heures ; au bout de 3 h 30 min (on pourra utiliser la partie A.)
3. *On suppose maintenant que la cuve contient* 15 m^3.
   On ferme le robinet R. On ouvre un deuxième robinet R$'$, placé au fond de cette cuve, qui permet d'utiliser l'eau qu'elle contient.
   Il laisse s'écouler 3m^3 par heure.
   On note : x le temps, en heures, pendant lequel on laisse ouvert ce robinet R$'$;
   V_3 le volume d'eau, en m^3, qui reste dans la cuve au bout du temps x.

a. Exprimer le volume V_3 d'eau restant dans la cuve en fonction de x.

b. Calculer le temps, exprimé en heures, nécessaire pour que V_3 soit égal â 6 m^3.

c. Déterminer le temps, exprimé en heures, nécessaire à la cuve pour se vider complètement (on pourra utiliser la partie A.)