Brevet des collèges Antilles juin 1955
Enseignement long et enseignement court

ALGÈBRE

1. En appliquant la relation

$$A^2 - B^2 = (A+B)(A-B),$$

décomposer l'expression E,

$$E = \left(\frac{3}{4}x - 2\right)^2 - \left(\frac{5}{4}x - 5\right)^2$$

en un produit de facteurs, puis résoudre l'équation $E = 0$.

2. Résoudre algébriquement le système

$$\left\{\begin{array}{llcl}(1) & 2x - y & = & 7,\\ (2) & x + 2y & = & 6.\end{array}\right.$$

Vérifier le résultat en représentant sur un même graphique les droites (D_1) et (D_2) ayant respectivement pour équation les équations (1) et (2).

3. L'axe $y'y$ coupe (D_1) en A et (D_2) en B.
Les deux droites (D_1) et (D_2) se coupent en C.
Quelle est la forme du triangle ABC ?
Calculer la longueur des trois côtés.

GÉOMÉTRIE

Soit C le milieu du la demi-cercle de diamètre [AB] tel que AB $= 2R$ et soit M un point variable de l'arc $\overset{\frown}{\text{CB}}$.
Le segment [AM] coupe [OC] en S.
La bissectrice de l'angle $\widehat{\text{COM}}$ coupe (AM) en I.

1. Comparer les angles $\widehat{\text{CAM}}$ et $\widehat{\text{COM}}$, puis les angles $\widehat{\text{CAM}}$ et $\widehat{\text{COI}}$.
En déduire que le quadrilatère CAQI est inscriptible.
Préciser la position du centre du cercle circonscrit.

2. Montrer que (CI) est perpendiculaire à (AI).
Sur quelle courbe se déplace le point I lorsque M décrit l'arc $\overset{\frown}{\text{CB}}$?

3. Établir la similitude des triangles SOA et BMA.
En déduire la relation

$$\text{AS} \cdot \text{AM} = 2R^2.$$

Montrer que $\dfrac{\text{IS}}{\text{IM}} = \dfrac{\text{OS}}{\text{OM}}$ et que chacun des deux rapports vaut $\tan\widehat{\text{OAS}}$.

4. On suppose que (AM) passe par le milieu D de [OC].
Calculer dans ce cas particulier AD, AM, MB en fonction de R.