Brevet des collèges Barcelone juin 1961

ENSEIGNEMENT LONG ET ENSEIGNEMENT COURT

ALGÈBRE

1. Simplifier les expressions

$$A(x) = \frac{(2x-3)\left(16x^2-4\right)}{(4x+2)\left(4x^2-9\right)} \quad \text{et } B(x) = \frac{\left(6x-8x^2\right)(2x+3)}{2\left(4x^3+12x^2+9x\right)}$$

2. Montrer que $\dfrac{1}{A(x)+B(x)} = 2x+3$.

3. Représenter graphiquement la droite (D) d'équation $y = 2x+3$, en expliquant la construction.

4. On lui associe, dans le même système d'axes, la droite $\left(D'\right)$ passant par les points de coordonnées $(1\,;\,1)$ et $(4\,;\,-1)$.

Déterminer l'équation de $\left(D'\right)$ et les coordonnées de son point de rencontre avec (D).

5. Calculer, à $0,01$ près, les longueurs des trois côtés du triangle délimité par les droites (D), $\left(D'\right)$ et l'axe $x'x$.

GÉOMÉTRIE

Soit un demi-cercle de centre O, de diamètre [AB] tel que AB $= 2R$, et un point P de la tangente en A à ce demi-cercle.
De P, l'on mène l'autre tangente, (PM), qui coupe la droite (AB) en C.

1. Évaluer les longueurs PA, PM, PO et OC, dans le cas où $\widehat{\text{APM}} = 60°$, en fonction du rayon R du cercle (O).

2. L'angle $\widehat{\text{APM}}$ étant quelconque, on trace la droite (OM), qui coupe (AP) en un point D.

Démontrer que les droites (PO) et (CD) sont perpendiculaires et que le triangle PCD est isocèle.

3. Après avoir prouvé que les triangles PAM et PCD sont semblables, montrer que leur rapport de similitude est égal à $\dfrac{\text{OA}}{\text{OC}}$.

4. Démontrer que, quelle que soit la position de P sur la tangente, si H est l'orthocentre du triangle PAM, on a toujours AH $= R$.