

❧ Brevet d'Études du Premier Cycle septembre 1959 ❧

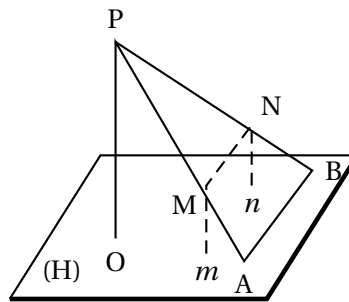
Barcelone

ALGÈBRE

Les données fixes sont un plan (H) et, dans ce plan, trois points fixes O, A et B; le triangle OAB est équilatéral et ses côtés mesurent 12 centimètres.

Sur la perpendiculaire au plan (H) menée par O et à 16 centimètres de O, on choisit un point P.

- Calculer en centimètres les longueurs des segments PA et PB.
- Le point M est situé sur le segment [PA] à la distance x centimètres de P.
La parallèle à (AB) menée par M rencontre (PB) en N.
Les projections des points M et N sur le plan (H) sont m et n respectivement.
Indiquer rapidement quelle est la nature du quadrilatère MNnm.



- Calculer, en fonction de x , la longueur des segments [MN] et [Mm].
Peut-on choisir le point M sur [PA], de telle façon que le quadrilatère MNnm soit un carré?
Donner en centimètres la valeur correspondante de x .
- On désigne par y le périmètre de MNnm; calculer y en fonction de x .
Dresser le graphique de ces variations lorsque M décrit le segment [PA] (sur le graphique, 5 millimètres représenteront 1 centimètre de la figure de l'espace).

GÉOMÉTRIE

Les données fixes sont : un cercle (\mathcal{C}) de centre O et un diamètre fixe [AB] de ce cercle. Les tangentes en A et B à (\mathcal{C}) sont désignées par $x'Ax$ et $y'By$; on les oriente dans le même sens.

Une tangente à (\mathcal{C}), variable, touche le cercle en T et coupe les axes $x'Ax$ et $y'By$ en M et N respectivement.

- Quelles sont les bissectrices intérieures des angles \widehat{AOT} et \widehat{BOT} ?
- Comparer les triangles OAM et NBO.
En déduire une expression simple du produit $AM \cdot BN$ en fonction du rayon R de (\mathcal{C}), puis donner la valeur du produit algébrique $AM \cdot BN$.
- Montrer que le cercle de diamètre [MN] est tangent en O à (AB).
- On suppose que la droite (MN) coupe la demi-droite [OA) en un point P et l'on désigne par α la mesure de l'angle aigu \widehat{OPT} .
Calculer en fonction de R et de α les longueurs des segments suivants : [PT] et [PO], puis [IO] (I est le milieu de [MN]), et enfin, compte tenu de l'expression de PO, évaluer AP et BP, puis AM et BN; vérifier alors le résultat de la question 2.