~ Brevet d'Études du Premier Cycle ~
Berlin juin 1959
ALGÈBRE

Soit l'expression

$$E(x) = (4x-1)(x+3) + \left(16x^2-1\right) - (4x-1)^2.$$

1. La développer et l'ordonner suivant les puissances décroissantes de x (forme 2).
2. Décomposer $E(x)$ en un produit de facteurs (forme 3).
3. Résoudre l'équation

$$(4x-1)(x+3) + \left(16x^2-1\right) - (4x-1)^2 = 0.$$

4. Calculer la valeur numérique de $E(x)$ pour

$$x = 0, \qquad x = -5, \qquad x = \frac{1}{4},$$

en utilisant à chaque fois la forme la plus simple.

GÉOMÉTRIE

Soit un cercle $\mathscr{C}$, de centre O et de diamètre [AB] tel que AB = 4 cm.
On considère le point M situé sur la droite (AB) et tel que OM = 4 cm (B est entre O et M).
Par M et les extrémités D et E d'un diamètre variable du cercle $\mathscr{C}$, on fait passer un cercle $\mathscr{C}'$. Ce cercle coupe (OM) en un second point, J.

1. Démontrer que les triangles OJD et OEM sont semblables.
   Donner la valeur du rapport de similitude.
2. Montrer que le produit OJ · OM est constant quand le diamètre [DE] varie.
   En déduire le lieu géométrique du centre O$'$ du cercle $\mathscr{C}'$ quand le diamètre [DE] pivote autour de O.
3. On suppose maintenant le diamètre [DE] fixe et tel que l'angle $\widehat{\text{DOM}}$ soit égal à 60°.
   a. Nature des triangles OBD et OMD.
   En déduire que la droite (MD) est tangente au cercle $\mathscr{C}$.
   b. Calculer MD.
   c. Soit T le point d'intersection de la tangente en B au cercle $\mathscr{C}$ avec (MD).
   Calculer la longueur du segment [BT].