

🌀 Brevet des collèges Berlin septembre 1961 🌀

ENSEIGNEMENT LONG ET ENSEIGNEMENT COURT

ALGÈBRE

Le périmètre d'un rectangle, mesuré en centimètres, est exprimé par le nombre $2p$.
Si l'on augmente sa longueur, x , de 7 cm et sa largeur, y , de 2 cm, sa surface augmente de 224 cm^2 .

1. Calculer en fonction de p la longueur et la largeur de ce rectangle.
2. Entre quelles valeurs p doit-il être compris pour que le problème soit possible?
3. Pour quelle valeur de p le rectangle devient-il un carré?
Quelle est alors la valeur commune de x et de y ?

GÉOMÉTRIE

On construit un quart de cercle de centre O, limité par les deux rayons [OA] et [OB]
($OA = OB = R$).

Soient M un point quelconque pris sur l'arc \widehat{AB} , H et H' les projections orthogonales de M sur (OA) et (OB), T le point où (OM) coupe la tangente en A au cercle.

1. Comparer les triangles OMH et OAT; en déduire la relation

$$(1) \quad OH \times OT = R^2.$$

2. La tangente en M coupe la droite (OA) en S.

Quelle est la relation existant entre OM, OH et OS?

Comparer les triangles OMS et OAT et en déduire une deuxième manière de démontrer la relation (1).

3. (TA) et (MS) se coupent en I.

Quelle est la position de la demi-droite [OI] par rapport à l'angle \widehat{TOS} ?

Comment doit-on choisir la longueur OT pour que le rapport $\frac{IT}{IA}$ soit égal à un nombre donné k supérieur à 1?

Quelle est la valeur du rapport $\frac{OH}{OA}$ dans ce cas?

4. On mène par M la parallèle à (AB), qui coupe (OA) et (OB) en A' et B'.

Calculer $MA'^2 + MB'^2$ en fonction, respectivement, de MH^2 et MH'^2 et démontrer que $MA'^2 + MB'^2$ conserve une valeur constante lorsque le point M décrit le quart de cercle donné.