∽ Brevet Besançon septembre 1980 ∾

Algèbre

Soit f l'application, de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$, définie par

$$f(x) = (x-5)^2 - \left(\frac{1}{4}x+3\right)^2.$$

décimale

1. **a.** Développer $f(x)$.

   b. Calculer $f(-3)$, puis donner une valeur approchée par excès de $f(-3)$ à 10^{-3} près.

2. **a.** Factoriser $f(x)$.

   b. Résoudre, dans l'ensemble $\mathbb{R}$ l'équation :

$$f(x) = 0.$$

3. Soit l'application g, de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par

$$g(x) = \frac{9}{16}x^2 - 64.$$

   a. Factoriser $f(x) - g(x)$.

   b. Soit la fonction rationnelle h définie par

$$h(x) = \frac{f(x)}{f(x) - g(x)}.$$

   Déterminer l'ensemble de définition H de h, puis simplifier $h(x)$.

   c. Résoudre, dans l'ensemble H, l'équation

$$h(x) = \sqrt{7}. \qquad (1)$$

   d. Sachant que $2,645 < \sqrt{7} < 2,646$, trouver un encadrement de la solution de l'équation (1) d'amplitude 2×10^{-1}.

Géométrie

Dans un plan muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}, \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath}\right)$ on donne les points A, B et C définis par

$$\overrightarrow{\text{OA}} = 3\overrightarrow{\imath}, \qquad \overrightarrow{\text{OB}} = \overrightarrow{\imath} + \overrightarrow{\jmath} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{\text{OC}} = 3\overrightarrow{\imath} + 2\overrightarrow{\jmath}$$

1. Placer ces points A, B et C dans le repère.
2. Calculer les distances AB, AC et BC.
   Démontrer que le triangle (A, B, C) est un triangle rectangle isocèle.
3. Déterminer les coordonnées du milieu M de (A, C).
   Que peut-on dire des droites (MB) et (AC) ?
4. Déterminer les coordonnées du point D tel que $\overrightarrow{\text{BD}} = 2\overrightarrow{\text{BM}}$.
5. Quelle est la nature du quadruplet (A, B, C, D) ?
6. Déterminer le centre et le rayon du cercle qui passe par les points A, B, C et D.
   Le point $\text{E}\left(\frac{5}{2}\,;\,1\right)$ appartient-il à ce cercle ?
   Même question pour le point F(3 ; 3).