

~ Brevet des collèges Besançon juin 1961 ~

ENSEIGNEMENT LONG ET ENSEIGNEMENT COURT

A. P. M. E. P.

ALGÈBRE

Soient deux axes de coordonnées rectangulaire $X'OX$ et $Y'OY$, et le point A du plan ayant pour coordonnées $(2; 1)$.

1. Déterminer l'équation de la droite (OA) .

On trace la perpendiculaire en A à (OA) ; elle coupe l'axe $X'X$ en B .

Calculer l'abscisse du point B et établir l'équation de la droite (AB) .

2. Sur la hauteur $[AH]$ du triangle OAB on prend le point H' tel que $HH' = z$.

Par H' , on mène la parallèle à (OB) ; elle coupe (OA) en M et (AB) en N .

De M et N , on abaisse les perpendiculaires (MM') et (NN') sur (OB) .

Évaluer en fonction de z le demi-périmètre P du rectangle ainsi formé.

Étudier et représenter graphiquement les variations de P en fonction de z lorsque H' décrit $[HA]$.

GÉOMÉTRIE

On considère un cercle (O) de diamètre $[AB]$ tel que $AB = 2R$ et l'on prolonge $[AB]$ d'une longueur $BC = R$.

Soient M un point variable sur le cercle (O) et P le point de la droite (AM) tel que

$$\overline{AM} \cdot \overline{AP} = \overline{AB} \cdot \overline{AC}.$$

1. Montrer que l'angle \widehat{BCP} est droit.

En déduire la ligne décrite par le point P lorsque M décrit le cercle (O) .

2. (MB) coupe la droite (PC) en D .

Montrer que le quadrilatère $AMCO$ est inscriptible; en déduire la valeur du produit $BM \cdot BD$ en fonction de R .

3. La droite (BP) recoupe le cercle (O) en N .

Montrer que les points A, N, D sont alignés.

4. En supposant que l'angle \widehat{MAB} soit égal à 30° , étudier le triangle PAO et donner la longueur de ses côtés en fonction de R .