Brevet des collèges Besançon septembre 1973

ALGÈBRE

1. Résoudre, dans **R**, le système d'équations

$$\left\{\begin{array}{llcl}(1) & 2x+3y+6 & = & 0,\\ (2) & 4x-2y-20 & = & 0\end{array}\right.$$

2. Représenter dans un repère orthonormé d'origine I, les droites d'équations (1) et (2).
Soit (D_1), la droite d'équation $2x+3y+6=0$ et soit (D_2), la droite d'équation $4x-2y-20=0$.
Retrouver sur le graphique la solution du système d' équations.

3. La droite (D_1), coupe l'axe des abscisses en H, l'axe des ordonnées en C.
La droite (D_2), coupe l'axe des abscisses en E, l'axe des ordonnées en K.
Calculer $d(\text{I, E})$, $d(\text{J, K})$, $d(\text{I, B})$ et $d(\text{I, C})$,
En déduire $d(\text{B, C})$, $d(\text{E, K})$, $d(\text{B, E})$ et $d(\text{B, K})$.
Les distances seront exprimées à l'aide de l'unité ayant servi à la graduation des axes.

GÉOMÉTRIE

Soit quatre points non alignés A, B, C et D situés dans un plan.
Les points I, J, K et L sont les milieux respectifs des bipoints (A, B), (B, C), (C, D) et (D, A).

1. Démontrer que le quadruplet (I, J, K, L) est un parallélogramme.

2. Les points A, B, C et D ont respectivement dans le repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ les coordonnées suivantes :

$$\text{A}(-4\,;\,3),\quad \text{B}(5\,;\,2),\quad \text{C}(3\,;\,-2)\quad \text{et}\quad \text{D}(-5\,;\,-5).$$

Calculer les coordonnées des points I, J, K et L dans le repère choisi.
En déduire les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{\text{IL}}$ et $\overrightarrow{\text{IK}}$.

3. Soit P le point d'intersection des diagonales du parallélogramme (I, J, K, L).
Montrer que $\overrightarrow{\text{PI}}+\overrightarrow{\text{PJ}}+\overrightarrow{\text{PK}}+\overrightarrow{\text{PL}}=\vec{0}$.
S étant un point quelconque du plan, en déduire que

$$\overrightarrow{\text{SI}}+\overrightarrow{\text{SJ}}+\overrightarrow{\text{SK}}+\overrightarrow{\text{SL}}=4\,\overrightarrow{\text{SP}}.$$