Brevet des collèges Besançon septembre 1976

ALGÈBRE

Soit l'application f définie dans $\mathbf{R}$ par

$$\begin{array}{rccl} f: & \mathbf{R} & \to & \mathbf{R},\\ & x & \longmapsto & f(x) = ax^2 + bx - 8\,(a \in \mathbf{R}, b \in \mathbf{R}).\end{array}$$

1. Calculer a et b sachant que $f(-1) = -18$ et $f(3) = -2$.
2. Écrire $f(x)$ en remplaçant a et b par leurs valeurs.
   Factoriser $f(x)$.
3. Soit l'application g définie dans $\mathbf{R}$ par

$$\begin{array}{rccl} g: & \mathbf{R} & \to & \mathbf{R},\\ & x & \longmapsto & g(x) = (x-2)(x-1)^2 - (x-2)(x+2)^2.\end{array}$$

   a. Factoriser $g(x)$ de façon à obtenir un produit de polynômes du premier degré.
   b. Résoudre, dans $\mathbf{R}$, l'équation $g(x) = 0$.
   c. Soit h la fonction rationnelle définie dans $\mathbf{R}$ par

$$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}.$$

   Après avoir donné l'ensemble de définition $\mathcal{D}$ de h, simplifier $h(x)$.
4. Résoudre. dans $\mathbf{R}$ les équations $h(x) = 0$ et $h(x) = 1$.
5. **a.** Calculer $h\left(\sqrt{3}\right)$ et rendre rationnel le dénominateur.
   b. Sachant que $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$, donner un encadrement de $16 - 10\sqrt{3}$ à 10^{-2} près.

GÉOMÉTRIE

Dans un plan rapporté à un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}, \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath}\right)$ on considère les points A $(2\,;\,1)$ et B$(4\,;\,3)$.

1. Soit le point C$(3\,;\,x)$ $(x \in \mathbf{R})$.
   Trouver x sachant que les vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ sont orthogonaux.
2. Trouver les coordonnées du symétrique D de C par rapport à A.
3. Soit le point E$(0\,;\,-1)$. Montrer que les points B, A et E sont alignés.
4. **a.** Que représente A pour le bipoint (B, E) ?
   b. Que peut-on dire de C par rapport au segment [EB] ?
5. **a.** Calculer d(B, C) et d(C, E).
   b. Quelle est la nature du quadruplet (D, B, C, E) ?
6. **a.** Calculer $\sin\widehat{\mathrm{ABC}}$.
   b. En déduire $\widehat{\mathrm{ABC}}$ à un degré près par défaut.