Brevet Besançon septembre 1977

Algèbre

On considère la fonction polynôme A définie dans $\mathbb{R}$ par :

$$A(x) = (x+3)(2x+5) - (2x+5)^2 + 4x^2 - 25.$$

1. Développer, réduire et ordonner $A(x)$.
2. Mettre $A(x)$ sous forme d'un produit de polynômes du premier degré.
3. Calculer $A(7)$: $A\left(\dfrac{5}{2}\right)$; $A\left(-2\sqrt{3}\right)$.

   Sachant que $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$, trouver un encadrement de $A\left(-2\sqrt{3}\right)$ à 10^{-1} près.
4. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations :

   a. $A(x) = 0$

   b. $A(x) = -35$.
5. On considère la fonction rationnelle q définie par

$$q(x) = \frac{2x^2 - 9x - 35}{6x^2 + 15x}$$

   a. Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}$ de q.

   b. Pour x appartenant à $\mathcal{D}$, simplifier $q(x)$.
   Soit $q'(x)$ l'expression obtenue.

   c. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations :

   $q'(x) = 1$

   $q'(x) = \dfrac{1}{3}$.

Géométrie (Papier millimétré).

Dans un plan muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ on considère les points :

$$\text{A}(-3\,;\,5)\,; \qquad \text{B}(2\,;\,6)\,; \qquad \text{C}(3\,;\,1)$$

1. Calculer les normes des vecteurs $\overrightarrow{\text{AB}}$, $\overrightarrow{\text{BC}}$ et $\overrightarrow{\text{AC}}$.

   En déduire la nature du triangle (A, B, C).
2. Tracer la droite (Δ) d'équation $y = -5x - 10$.

   Vérifier que A appartient à (Δ).

   On appelle D le point d'intersection de (Δ) avec l'axe des abscisses.

   Déterminer les coordonnées de D.
3. Quelle est la nature du quadrilatère (A, B, C, D).
4. Montrer que A, B, C, D appartiennent à un même cercle dont on précisera le centre (par ses coordonnées) et le rayon.