

∞ Brevet Besançon septembre 1978 ∞

Algèbre

On considère les applications g et h , de \mathbb{R} dans \mathbb{R} définies par

$$\begin{aligned}g(x) &= (3x - 5)(5x + 2) + (5 - 3x)(1 + 3x) \\h(x) &= (3x + 2)^2(x + 1)^2.\end{aligned}$$

1. Développer $g(x)$ et $h(x)$ et les présenter sous forme de polynômes réduits et ordonnés.
2. Factoriser $g(x)$ et $h(x)$.
3. Calculer $g(5)$; $g\left(\frac{2}{3}\right)$; $h(\sqrt{3} - 1)$.
4. Résoudre dans \mathbb{R} les équations : $h(x) = 0$ et $g(x) = h(x)$.
5. Soit la fonction rationnelle $p(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$.
Préciser son ensemble de définition \mathcal{D}_p .
Dans \mathcal{D}_p , simplifier $p(x)$.
 $p'(x)$ est le résultat obtenu. Résoudre l'équation $p'(x) = -2$.

Géométrie

Dans un plan P muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , où le centimètre est pris comme unité, on considère les points

$$A(4; 2) \quad B(-1; -3) \quad D(3; 9).$$

1. Calculer les coordonnées de I , milieu de (B, D) et les coordonnées de C symétrique de A par rapport à I .
Placer A, B, C, D, I sur la figure (papier millimétré).
2. Montrer que le quadruplet (A, B, C, D) est un losange.
3. Calculer $d(D, I)$, $d(D, A)$ puis le cosinus de l'écart angulaire de l'angle géométrique \widehat{IDA} .
4. Montrer que les points O, D, B sont alignés.